

2.5 Bodenvereisung

Wolfgang Orth

1 Verfahrensprinzip und Anwendungen

Die erste Anwendung einer künstlichen Bodenvereisung fand nach einem Bericht von 1895 im Jahr 1862 an einem Bergwerksschacht bei Swansea, South Wales statt [56]. Die Weiterentwicklung der Kältemaschinen sowie weitere Verbesserungen führten zu einem Patent für den Gefrierschachtbau durch *Poetsch* [53], in dem bereits alle wesentlichen, bis heute verwendeten Merkmale und Bestandteile einer Bodenvereisung genannt sind.

Die Anwendung des Gefrierverfahrens beschränkte sich bis zum Zweiten Weltkrieg im Wesentlichen auf gewölbte Frostkörper, die mit vergleichsweise einfachen, für ihre Zeit aber durchaus fortschrittlichen Rechenmodellen und Stoffgesetzen [16] zwar nicht besonders wirtschaftlich, aber doch hinreichend sicher bemessen werden konnten. Intensive Grundlagenforschung etwa ab den 1970er-Jahren führte zu erweiterten Kenntnissen über gefrorene Böden, die u. a. auch die Ausbildung von plattigen und auf Biegung und Zug beanspruchten Frostkörpern [55] ermöglichte. Auf diesen Grundlagen entwickelte sich die Bodenvereisung zu einem flexiblen und umweltfreundlichen Verfahren, insbesondere für temporäre Stützbauwerke im Tiefbau.

1.1 Wirkungsweise

Bei der Bodenvereisung wird das Porenwasser zu Eis gefroren, wodurch der Boden verfestigt und abgedichtet wird. Sinngemäß kann man von „Eisbeton“ sprechen, wobei das Eis dem Zementleim und der Feststoffanteil den Zuschlagstoffen entspricht. Zum Gefrieren des Porenwassers wird eine Anzahl von Gefrierrohren im Boden von einem kalten Fluid durchströmt und entzieht damit dem umgebenden Boden Wärme. Da die Festigkeit gefrorener Böden stark von der Temperatur abhängt, wird der Boden i. d. R. auf mindestens -10 bis -20 °C, oft auch deutlich tiefer abgekühlt. Aus der Umgebung strömt ständig Wärme zum Frostkörper, weshalb die Kühlung über die gesamte Bauzeit aufrechterhalten werden muss. Dementsprechend wird das Gefrierverfahren ausschließlich zur temporären Verfestigung und Abdichtung von Boden eingesetzt, bis ein dauerhaftes Bauwerk hergestellt und funktionsfähig ist.

Das Gefrierverfahren weist verschiedene Merkmale auf, die es bei fachkundiger Anwendung zu einem sehr gut kontrollierbaren und damit sicheren Bauverfahren machen:

- Es kann jede Bodenart gefroren werden, sodass auch Schichtgrenzen kein grundsätzliches Anwendungshindernis darstellen.
- Frostkörper können beliebig nahe an oder unter Bauwerken hergestellt und form- und kraftschlüssig angebunden werden.
- Durch Temperaturmessungen kann sowohl die Ausdehnung als auch – bei Kenntnis der Materialeigenschaften – das Verhalten von Frostkörpern zuverlässig beurteilt werden. Dabei gewinnt man nicht wie beispielsweise bei einer Bohrkernentnahme nur genau an

der Erkundungsstelle eine Information, vielmehr kann nach den Gesetzen der Wärmebilanz auch auf Frostkörperbereiche in einer gewissen Umgebung der Messstellen geschlossen werden.

- Gefrorener Boden ist ein viskoplastisches Material, was zwar die Dimensionierung gegenüber elastischen oder ideal plastischen Materialien komplizierter macht, aber in der praktischen Anwendung bis zu einem gewissen Maß vor Überraschungen schützt, da kritische Zustände bei den in der Baupraxis üblichen Beanspruchungen anhand von Kriechverformungen sich meist frühzeitig ankündigen. Selbstverständlich setzt dies eine sorgfältige Prognose sowie eine Beobachtung des Verhaltens an repräsentativen Stellen voraus.
- Auch während seiner Nutzung kann ein Frostkörper noch ertüchtigt werden, indem durch stärkere Kühlung sein Ausmaß vergrößert und/oder seine Festigkeit gesteigert wird.
- Zunehmend wichtiger wird die vergleichsweise geringe Umweltbelastung, da außer den Gefrierrohren (sowie i.d.R. auch Temperaturmessrohren) mit einem mineralischen Verpressmaterial keine fremden Stoffe in den Boden oder das Grundwasser eingebracht werden. Die Rohre werden geräuscharm und normalerweise erschütterungsfrei eingebracht.
- Nach seiner Nutzung verschwindet der Frostkörper durch Abtauen, sodass lediglich die Gefrier- und Messrohre im Boden zurückbleiben. Diese lassen sich so herstellen, dass sie beispielsweise durch Tunnelbohrmaschinen abgebaut werden können und deshalb für spätere Baumaßnahmen keine Hindernisse darstellen. In Einzelfällen wurden Frostkörper durch Heizen beschleunigt aufgetaut und die Gefrierrohre wieder entfernt, um den Weg für eine Tunnelbohrmaschine frei zu machen [27].

Selbstverständlich ist auch die Anwendung des Gefrierverfahrens gewissen Einschränkungen unterworfen. Dies sind im Wesentlichen der Wassergehalt und die Grundwasserfließgeschwindigkeit, eventuelle chemische Inhaltsstoffe des Bodens oder Grundwassers sowie Volumenänderungen beim Gefrieren und beim Auftauen. Hierauf wird in den folgenden Abschnitten genauer eingegangen.

1.2 Schachtbau

Im Schachtbau fand das Gefrierverfahren ausgehend von den Arbeiten von *Poetsch* [53] rasch vielfältige Anwendungen, immerhin wurden bis zum Ersten Weltkrieg in Europa rund 150 Gefrierschächte hergestellt. Während die Vereisung im Laufe der Zeit zwar bei der Bemessung, nicht jedoch in der Ausführung grundsätzliche Veränderungen erfahren hat, hat sich der Innenausbau der Gefrierschächte stark gewandelt, was auch durch die zunehmende Tiefe der Gefrierschächte bedingt ist [33]. Waren diese in der Anfangszeit lediglich einige Dekameter tief, so erreichten die tragenden und dichtenden Frostkörper bald Tiefen von mehreren hundert Metern (Schächte Lohberg 1907–1913: Gefriertiefe 415 m; Schacht Rheinberg 1986: 592 m; Schacht Voerde 1989: 581 m). Dies sind die Tiefen des gefrorenen Bereichs, darunter erreichten die Schächte in standfestem bzw. wasserdichtem Gebirge noch erheblich größere Tiefen (z. B. Schacht Voerde 1060 m). Vereinzelt wurden Frostkörper zur reinen Abdichtung in standfestem Gebirge noch tiefer hergestellt.

1.3 Baugruben und Unterfangungen

Ein weiteres Anwendungsgebiet sind Baugrubensicherungen und Unterfangungen von bestehenden Gebäuden. Die statisch einfachste Form ist eine Schwergewichtsmauer aus gefrorenem Boden, die ohne Stützung allein aufgrund ihres Gewichts kippsicher ist. Bild 1 zeigt den Aushub vor einem derartigen Frostkörper.

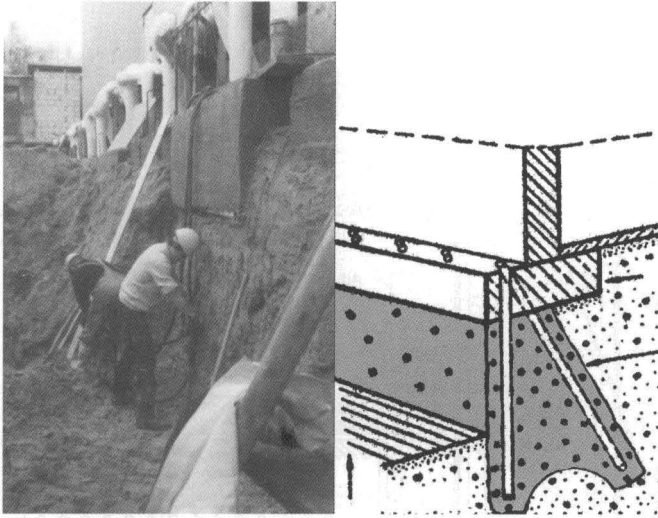


Bild 1. Gefrorene Schwergewichtsmauer

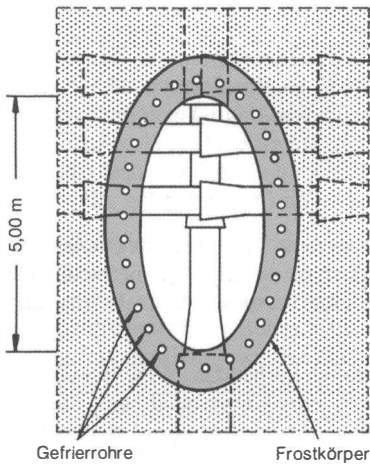


Bild 2. Baugrube durch horizontales Frostgewölbe gestützt (Grundriss) [44]

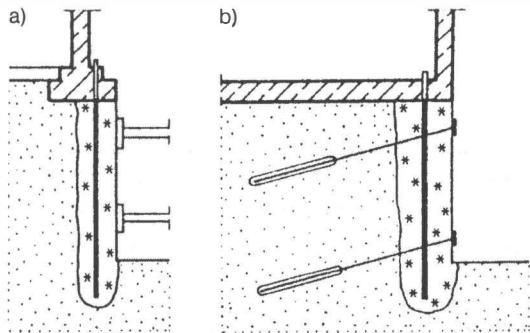


Bild 3. Frostkörper; a) durch Steifen gestützt, b) verankert [24]

Daneben können Frostkörper aber auch als horizontales Gewölbe (Bild 2) [44], gestützt oder verankert (Bild 3) ausgeführt werden [24].

Während Stützen und Anker mit hochfesten Stählen wegen des Versprödungsrisikos bei tiefen Temperaturen in einer Frostwand nicht verwendet werden sollten, sind Stabanker aus gewöhnlichem Baustahl zumindest unter statischer Belastung unkritisch, da ihre Bruchspannung mit fallender Temperatur ansteigt [59]. Besondere Aufmerksamkeit erfordern jedoch die Durchdringungsstellen für Anker bzw. die Kontaktstellen von Stützen, da diese

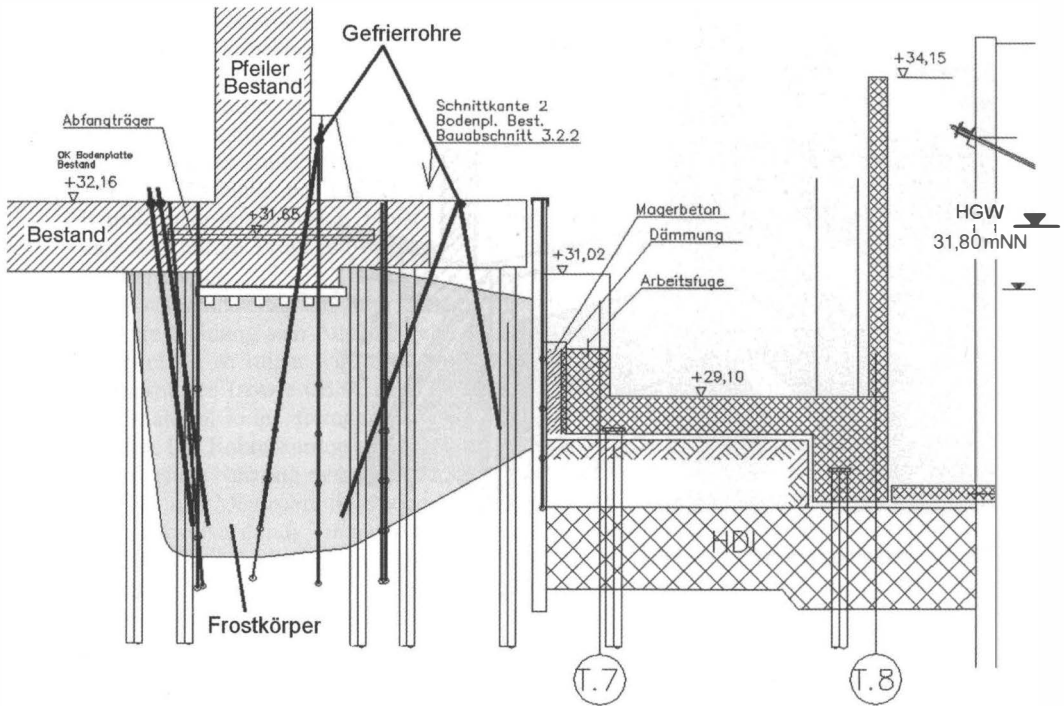


Bild 4. Querschnitt Frostkörper mit Lastabtrag auf Pfählen [43]

Bauteile i. d. R. Wärme in den Frostkörper einleiten, sodass seine Festigkeit dort abnehmen kann (Bild 3). Dies ist insbesondere angesichts der dort meist erhöhten herrschenden Spannungen zu beachten, als Gegenmaßnahmen kommt eine verstärkte Wärmedämmung, in besonderen Fällen auch eine lokale Kühlung infrage.

Sind unter oder neben einem Fundament Gründungspfähle vorhanden, weil tragfähiger Untergrund erst in größerer Tiefe ansteht, so kann ein Frostkörper auch auf Pfählen gegründet werden. Bei der Unterfangung einer historischen Fassade auf der Museumsinsel in Berlin musste die Verbindung zwischen Pfählen und Fassade vorübergehend getrennt und in tieferer Position durch einen Betonholm wieder hergestellt werden. Während dieser Maßnahme ruhte die Fassade auf einem Frostkörper, der sich seinerseits unterhalb der Baugrube über Mantelreibung auf Pfähle abstützte (Bild 4). Durch die geringen Setzungen von maximal 3,8 mm blieb die historische Bausubstanz ohne Schäden.

Der heutige Kenntnisstand erlaubt es, Frostkörper auch planmäßig auf Zug und Biegung zu beanspruchen. Bei der bereits mehrfach ausgeführten Unterfangung von Bahndämmen wurden die Verkehrslasten während der Bauphase von der steilen und damit labilen Dammböschung durch Biegung der Platte in den rückwärtigen Dammbereich umgelagert (Bild 5) [55]. Wegen der im Vergleich zur Druckfestigkeit geringeren Zugfestigkeit (s. Abschn. 4.2.3) macht man sich hierbei die Viskosität des Frostkörpers zunutze, der zwar bei lang dauernder Beanspruchung erhebliche Kriechverformungen erfährt, bei kurzzeitiger Beanspruchung aber vergleichsweise hohe Spannungen aufnehmen kann [48].

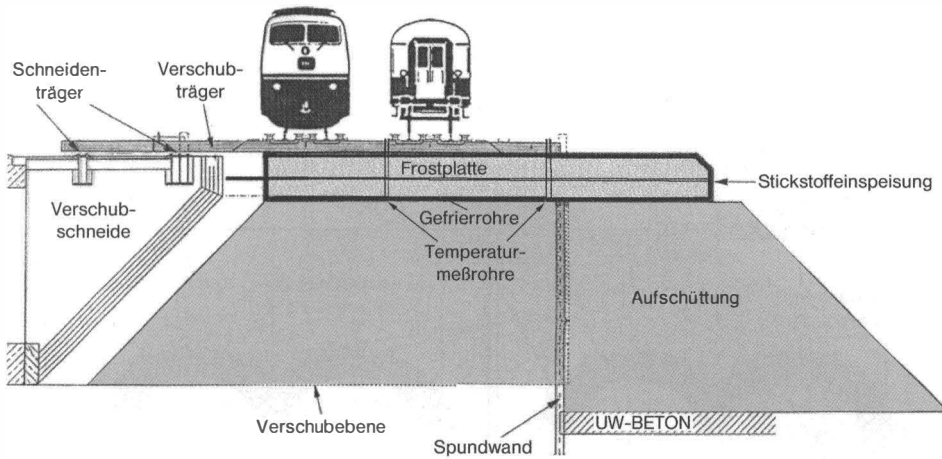


Bild 5. Auf Biegung beanspruchte Frostplatte [55]

1.4 Tunnelbau

Im Tunnelbau findet die Bodenvereisung in den letzten Jahren eine zunehmende Verbreitung, wobei je nach Zugänglichkeit und Bodenaufbau, aber auch nach zugelassenen Setzungen sehr unterschiedliche Gefrierrohranordnungen verwendet werden. Die Frostkörper können unter dem Grundwasser als zylindrisches Vollrohr den Tunnelquerschnitt vollständig umschließen [11, 28] oder als symmetrisches oder unsymmetrisches Firstgewölbe [7, 42] stützen, wenn von unten kein Wasserdruk wirkt. Daneben sind insbesondere bei Baugruben ebene oder gekrümmte Wände oder Deckel [34] möglich.

Mit tunnelparallelen Gefrierrohren lässt sich die Frostkörperform genau dem Tunnelprofil anpassen (Bild 6). Wegen der unvermeidlichen Bohrungengenauigkeiten sind Bohrlängen über ca. 30 m nur mit gesteuerten Bohrungen zuverlässig ausführbar [7, 51], wenngleich in Einzelfällen schon Bohrungen bis ca. 70 m ungesteuert hergestellt wurden. Bei dieser Gefrierrohranordnung werden Sicherung und Abdichtung des Frostkörpers bereits vor dem Auffahren erledigt, sodass ein unbehinderter Vortrieb möglich ist. Die Kühlleistung ist über die gesamte Länge konstant, sodass im Laufe der Zeit der Frostkörper immer weiter in den Ausbruchquerschnitt wächst und so den Vortrieb behindern kann.

Mit ungesteuerten Gefrierrohrbohrungen können längere Tunnelquerschnitte gefroren werden, wenn das Gefrieren und Vortreiben in einzelne Abschnitte zerlegt wird, wie z. B. am Milchbuckeltunnel in Zürich [57]. Dabei werden die Gefrierrohre in Abschnitten von ca. 30 bis 40 m leicht nach außen gespreizt und ca. 4 bis 6 m über das Ende des laufenden Vortriebsabschnitts hinaus gebohrt und anschließend gefroren. Am Ende eines jeden Vortriebsabschnitts wird der Querschnitt erweitert und von dort aus die nächste Gefrierrohrgruppe gebohrt und der nächste Abschnitt vereist. Die abschnittsweise Vereisung ermöglicht eine genaue Anpassung des Frostkörpers an die jeweiligen Erfordernisse. Dem steht allerdings ein höherer Zeitaufwand gegenüber, weil in jedem Abschnitt nacheinander die Gefrierrohre gebohrt werden und der Abschnitt gefroren und aufgefahren wird.

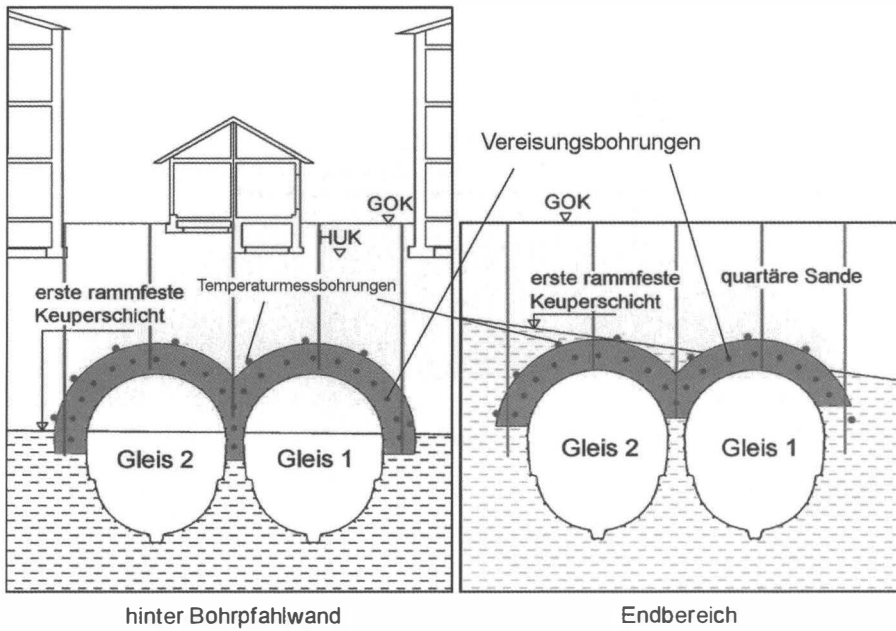


Bild 6. Frostschild mit tunnelparallelen Gefrierrohren [7]

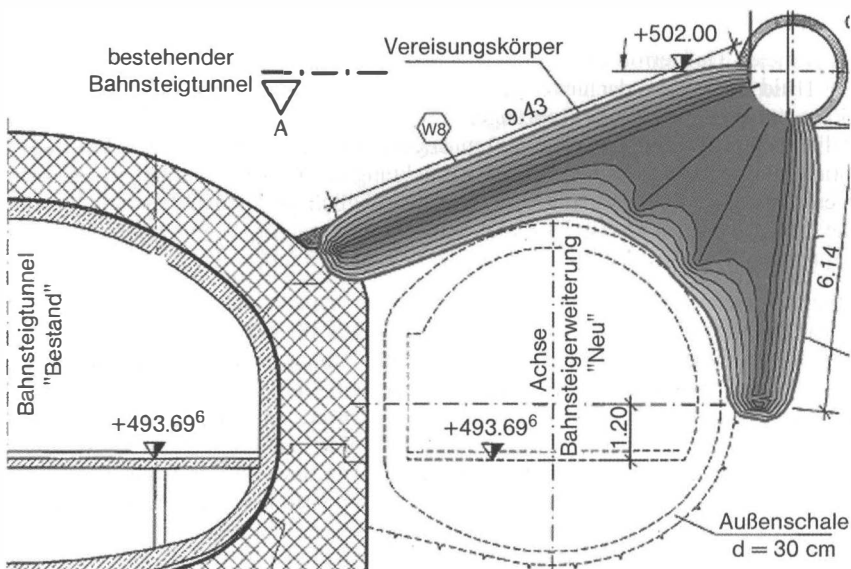


Bild 7. Frostkörper von Pilotstollen aus hergestellt [42]

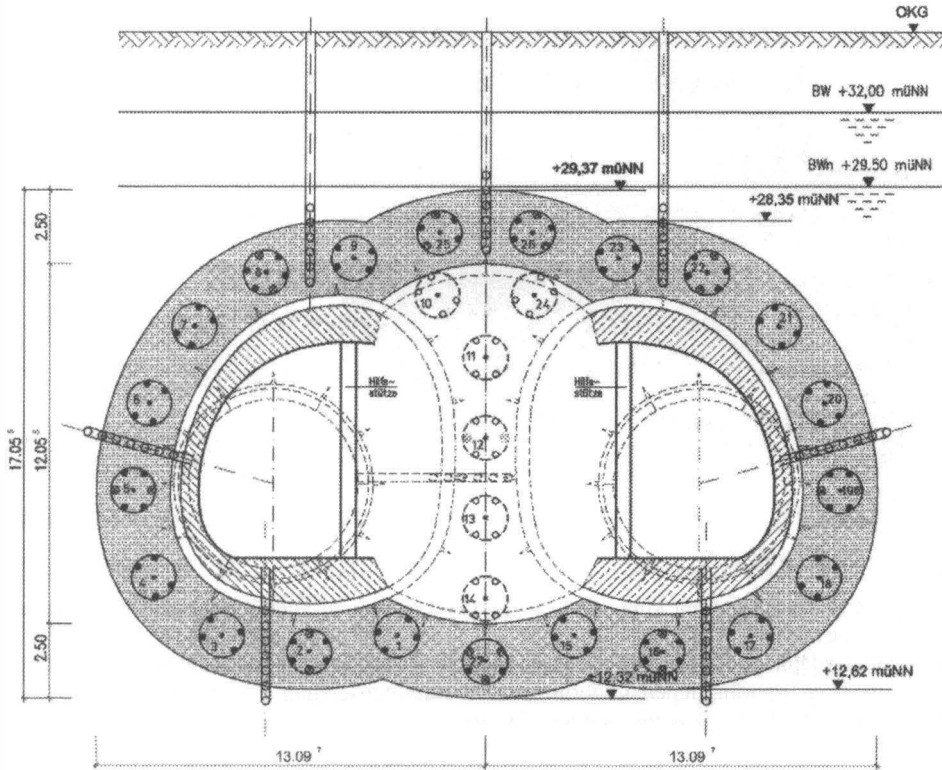


Bild 8. Tunnelparallele Gefrierrohre in Pilotstollen verlegt [11]

Eine weitere Möglichkeit ist das Bohren der Gefrierrohre von einem zum Haupttunnel parallel verlaufenden Pilotstollen aus [42]. Der Pilotstollen wie auch der eigentliche Tunnel werden dabei oftmals von einem Schacht aus vorgetrieben. Das Vereisen aus Pilotstollen ermöglicht sowohl in der Geometrie (insbesondere auch bei Krümmungen oder Verschwenkungen) als auch im zeitlichen Ablauf der Vereisung genau an den Vortrieb angepasste Frostkörper. Nachdem die Stützung und Abdichtung des Gebirges vorab erledigt sind, können Vortrieb und Sicherung ohne weitere Behinderung erfolgen (Bild 7).

Eine weitere Möglichkeit, tunnelparallele Gefrierrohre über größere Strecken maßgenau herzustellen, ist deren Verlegung in eigenen Pilotstollen, wie z. B. am Tunnel U 55 Unter den Linden in Berlin [11]. Dabei kann die Gefrierrohrlage in gewissen Grenzen innerhalb der Pilotstollen den Erfordernissen angepasst werden. Die Lage der Pilotstollen innerhalb des am höchsten belasteten Frostkörperkerns führt zu einer entsprechend hohen Belastung der Pilotstollen selbst, sodass diese mit besonders festem Material verfüllt werden müssen (Bild 8).

In jüngerer Zeit werden Querschläge zwischen schildvorgetriebenen Tunneln und daneben abgesenkten Schächten, z. B. für Notausstiege, oftmals mittels Vereisung hergestellt [26].



Bild 9. Gefrorene Bodenprobe an Gefrierlanze

1.5 Probenahme

Mit dem Gefrierverfahren können ungestörte Bodenproben einer sonst kaum erreichbaren Qualität gewonnen werden. Dabei wird um eine Vereisungslanze der Boden in vorher berechneter Dicke gefroren und die Lanze aus dem Boden gezogen. Die Probe ist anschließend in ihrer ursprünglichen Lagerung und Zusammensetzung einschließlich eventueller chemischer Inhaltsstoffe sozusagen als „Eis am Stiel“ verfügbar (Bild 9). Durch die Dampfdruckerniedrigung beim Gefrieren können dabei auch leichtflüchtige Inhaltsstoffe meist mit guter Genauigkeit festgestellt werden, die bei normaler Temperatur rasch verdunsten würden. Die Probenahme erfordert vor allem bei größeren Lanzenlängen eine genaue Abschätzung der Gefrierleistung und -zeit sowie der erforderlichen Zugkraft und Festigkeit der Gefrierlanzen.

2 Vereisungsverfahren

Die Wärme wird dem Boden durch eine oder mehrere Reihen in der Regel doppelwandiger Gefrierrohre entzogen, in denen ein kaltes Fluid strömt. Dieses wird durch das innere Speiserohr in das Rohrtiefste des (unten verschlossenen) Außenrohrs eingeleitet und strömt im Ringraum wieder zurück, wobei es dem umgebenden Boden Wärme entzieht (Bild 10). Dabei sind zwei Verfahren zu unterscheiden.

2.1 Stickstoffvereisung

Bei der Stickstoffvereisung wird flüssiger Stickstoff über das Speiserohr in das Rohrtiefste eingeleitet, wo er verdampft und gasförmig im Ringraum zwischen innerem und äußerem Rohr zurückströmt. Der Stickstoff wird durch Verflüssigung von Atmosphärenluft in einem Luftzerleger gewonnen, in hoch gedämmten Tankwagen flüssig mit ca. -196 °C auf die Baustelle geliefert und in einem Vorratstank zwischengelagert. Von dort strömt er über Verteilerleitungen durch Dosierventile in die Gefrierrohre (Bild 11).

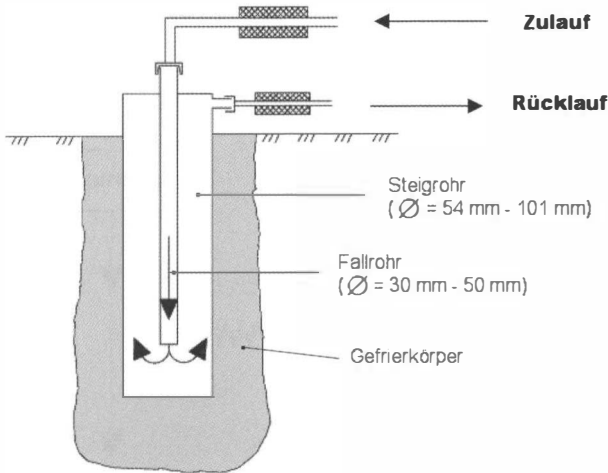


Bild 10. Gefrierrohr im Boden

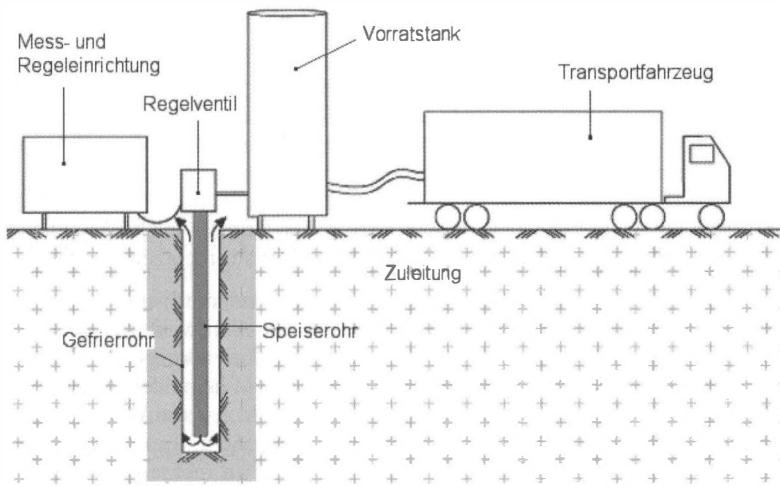


Bild 11. Baustelleneinrichtung für eine Stickstoffvereisung

Tabelle 1. Technische Daten von Stickstoff

Siedepunkt (bei 1 bar)	-195,8 °C
Dichte flüssig	0,808 kg/l
Dichte gasförmig (1 bar und 15 °C)	1,17 kg/m³
Verdampfungswärme	199 kJ/kg
Spez. Wärme gasförmig bei 1 bar Druck	1.276 kJ/m³ · K



Bild 12. Gefrierrohrkopf

Die überwiegende Wärmeaufnahme entsteht beim Verdampfen des Stickstoffs, die Wärmeaufnahme beim Temperaturanstieg des gasförmigen Stickstoffs im Gefrierrohr ist demgegenüber geringer.

Der gasförmige zurückströmende Stickstoff kann frei in die Atmosphäre abströmen. Er ist weder explosiv noch brennbar noch toxisch, kann jedoch aufgrund seiner temperaturbedingt höheren Dichte insbesondere in Baugruben und Schächten die Atmosphärenluft verdrängen und dann zu einem Sauerstoffmangel führen. In geschlossenen Baugruben, Schächten oder Tunneln wird der Stickstoff deshalb in der Regel in Abgasleitungen gefasst; aus Arbeitsschutzgründen sind unabhängig hiervon jedoch stationäre sowie oftmals auch persönliche Sauerstoffmessgeräte notwendig, die ein Absinken des Sauerstoffgehalts rechtzeitig anzeigen.

Die Menge des einströmenden Stickstoffs wird so gesteuert, dass die Temperatur des ausströmenden Abgases innerhalb einer vorgegebenen Spanne gehalten wird. In der Regel erfolgt dies durch Magnetventile, die über einen Zweipunktreger bei vorgegebenen Temperaturen ein- bzw. ausschalten. Da auch bei deutlich über -196 °C liegenden Abgastemperaturen an der Stickstoffaustrittsstelle die Siedetemperatur herrscht, ist die Wärmeabfuhr entlang dem Gefrierrohr bei einer Stickstoffvereisung ungleichmäßig. Bei sehr langen Gefrierrohren kann es deshalb erforderlich werden, den Stickstoff an mehreren Stellen in die Gefrierrohre einzuspeisen.

Beim Verdampfen vergrößert sich das Volumen des Stickstoffs auf das 691-Fache (bei 1 bar und $+15\text{ °C}$), sodass die Abgasleitungen größere Querschnitte als die Speiseleitungen haben müssen (Bild 12).

2.2 Solevereisung

Bei der Solevereisung strömt in den Gefrierrohren eine nicht gefrierende Flüssigkeit (i. Allg. eine Salzlösung), die in einer Kältemaschine abgekühlt wird. Diese gibt die Wärme wiederum an ein Rückkühlwerk (Wasser- oder Luftkühlung) ab (Bild 13). Die Temperaturen des Kältemittels liegen bei ca. -25 °C bei einstufigen und nicht tiefer als ca. -40 °C bei zweistufigen Anlagen.

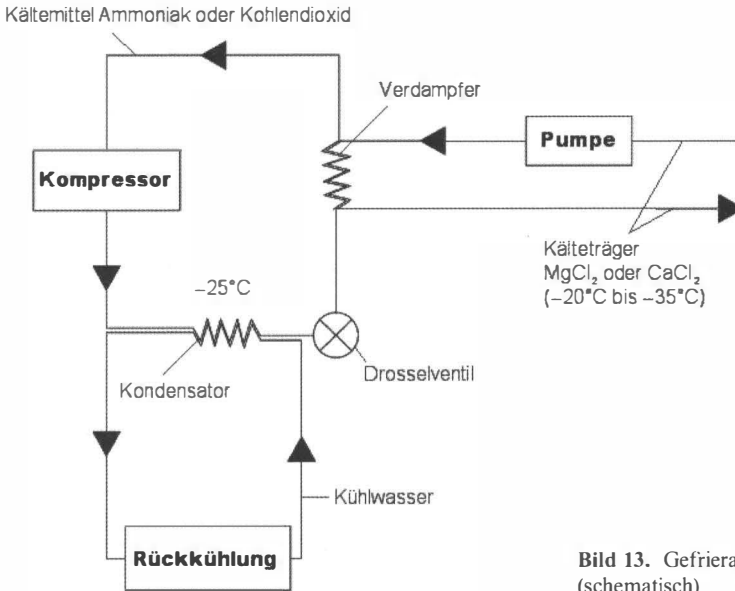


Bild 13. Gefrieranlage für Solevereisung (schematisch)

Als Kältemittel in den Kältemaschinen wird in der Regel Ammoniak oder Kohlendioxid verwendet, das früher oft übliche Frigen wird aus Klimaschutzgründen nicht mehr eingesetzt.

Die gebräuchlichsten Kälteträger für die Gefrierrohre im Boden sind wässrige Lösungen von Chlor/Kalzium oder Chlor/Magnesium. Erstere lassen sich theoretisch bis ca. $-51^\circ C$, die zweiten bis ca. $-34^\circ C$ bei optimaler Konzentration verwenden. Kochsalzlösungen sind demgegenüber nur bis $-21^\circ C$ anwendbar. Diese sog. eutektischen Temperaturen können in der Praxis nicht vollständig ausgenutzt werden, da sie nur bei genauer Einstellung der Sole auf die passende Salzkonzentration gelten. Da dies in der Praxis nie genau erreicht werden kann und das Erstarren bereits bei kleinen Konzentrationsänderungen bei erheblich höherer Temperatur einsetzt, muss stets ein ausreichender Abstand von der theoretischen Erstarrungstemperatur eingehalten werden.

Für kleinere Vereisungen werden gelegentlich Glykol-Wassergemische eingesetzt. Diese weisen jedoch eine höhere Viskosität auf, dafür sind sie chemisch weniger aggressiv und stellen deshalb geringere Anforderungen an die Korrosionsbeständigkeit von Leitungen, Hähnen, Wärmetauschern usw. Im Schachtbau wurden nach [10] auch wässrige Lösungen von Kerosin und Glycerin verwendet.

Insgesamt erfordert eine Solevereisung eine erheblich aufwendigere Einrichtung auf der Baustelle, überdies können durch die höheren Temperaturen und demzufolge geringeren Temperaturgradienten nur geringere Wärmeströme im Boden erzeugt werden. Wegen der höheren Viskosität des Kältemittels sind dickere Gefrierrohre als bei einer Stickstoffkühlung erforderlich, die ebenso wie der gesamte Kältekreislauf absolut dicht sein müssen, weil jeder Kältemittelaustritt zum Auftauen in der Umgebung führt. Demzufolge müssen die Kältemittelkreisläufe vor der Inbetriebnahme einer Druckprobe unterzogen werden, meist wird dabei ein Druck von 10 bar über eine Dauer von mindestens 10 Minuten ohne messbaren Druckverlust gefordert.

Der wesentliche Vorteil der Solevereisung sind die erheblich niedrigeren spezifischen Betriebskosten für die Kühlung, diese sind hauptsächlich durch die Energiekosten für die Kältemaschine bedingt. Da die Kältemaschinen als Wärmepumpen wirken, liegt die Kälteleistung auch unter Berücksichtigung der technisch bedingten Verluste in der Regel etwa in der Größe der elektrischen Leistung. Damit steht dem Stromverbrauch für eine kWh entzogener Wärme ein Verbrauch von ca. 12 bis 18 kg Stickstoff (je nach Anteil der Erwärmung im gasförmigen Zustand) gegenüber. Solevereisungen kommen deshalb vor allem für größere und lang dauernde Vereisungen infrage, wo der höhere Installationsaufwand durch die niedrigeren Betriebskosten aufgewogen wird. In Einzelfällen wurden allerdings auch schon Stickstoffvereisungen trotz insgesamt höherer Kosten gewählt, weil sich der Frostkörper mit weniger und dünneren Gefrierrohren in kürzerer Zeit, oder gar bei stärker strömendem Grundwasser nur mittels Stickstoff herstellen ließ.

Gelegentlich kommen Kombinationen aus Stickstoff- und Solevereisungen zum Einsatz [37], wenn beispielsweise infolge hoher Grundwasserströmung ein Frostkörper nur durch Stickstoffvereisung hergestellt, aber dann über längere Zeit kostengünstiger mit einer Solevereisung unterhalten werden kann. Bei der Kombination beider Verfahren ist jedoch insofern Vorsicht geboten, als durch die tiefen Temperaturen der Stickstoffvereisung insbesondere an der Stickstoffaustrittsstelle im Rohrtiefsten eine so starke Abkühlung eintreten kann, dass die Sole in benachbarten Rohren gefriert und damit der Kühlkreislauf dort zusammenbricht und möglicherweise Beschädigungen der Gefrierrohre eintreten. Wegen der vergleichsweise hohen spezifischen Wärme der Salzlösungen ist die Gefahr gering, solange eine Strömung in den Solerohren aufrechterhalten wird. Bei einem Stillstand können Solerohre jedoch in weniger als einer halben Stunde zufrieren. Eine Wiederinbetriebnahme ist dann erst nach dem meist langwierigen Aufwärmen durch Abbruch der Stickstoffkühlung und einem mehr oder weniger starken Auftauen des bis dahin erzeugten Frostkörpers möglich.

3 Frostausbreitung

3.1 Grundlagen der Wärmeleitung

Im Boden erfolgt der Wärmetransport durch Wärmeleitung sowie bei strömendem Grundwasser zusätzlich durch Konvektion.

3.1.1 Wärmeleitung

Wärmeleitung findet nur in Materie statt und nur, wenn ein Temperaturgradient vorhanden ist.

Diffusiver Wärmetransport in einem Körper mit der Querschnittsfläche A und der Länge x :

$$q = \lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \text{ [J/sm}^2] \leftrightarrow \text{[W/m}^2] \quad (1)$$

mit

- T Temperatur [K]
- λ Wärmeleitfähigkeit [W/mK]
- x Koordinate in Strömungsrichtung [m]
- A durchströmte Fläche [m²]

Werden infolge eines veränderlichen Temperaturgradienten unterschiedliche Wärmemengen in den Körper hinein und aus ihm heraus transportiert, so ändert sich seine Temperatur. Der Betrag der Temperaturänderung beim Eintrag einer bestimmten Wärmemenge wird definiert durch die spezifische Wärmekapazität c [J/g K] bzw. auf Volumen bezogen [J/m³K].

Damit ergibt sich der Zusammenhang von Temperatur und Zeit t

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\lambda}{c} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \text{ (Fourier'sche Wärmeleitungsgleichung)} \quad (2)$$

Dreidimensional in kartesischen Koordinaten:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\lambda}{c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

In Zylinderkoordinaten:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\lambda}{c} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4)$$

Die thermische Diffusivität (oft auch als Temperaturleitzahl bezeichnet)

$$a = \lambda/c \text{ [m}^2/\text{s]} \quad (5)$$

gibt an, wie schnell sich eine Temperaturänderung in einem Stoff ausbreitet.

3.1.2 Wärmeübergang

Fließt Wärme aus einem Festkörper mit der Temperatur T_1 an der Grenzfläche in Luft oder eine Flüssigkeit der Temperatur T_2 , so kann der Wärmestrom mit der phänomenologischen Beziehung

$$q = \alpha \cdot (T_1 - T_2) \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (6)$$

mit der Wärmeübergangszahl α [W/m²K]

abgeschätzt werden. Diese gilt jedoch nur für kleine Temperaturdifferenzen (im Verhältnis zur absoluten Temperatur) und berücksichtigt nicht die Tatsache, dass es sich dabei eigentlich um einen Strahlungsvorgang handelt, der durch das Stefan-Boltzmann-Gesetz [40] beschrieben wird. Der Wärmeübergang von bewegtem Wasser oder bewegter Luft auf Boden hängt in komplexer Weise von weiteren Einflüssen ab (s. Abschn. 3.3.2).

3.1.3 Konvektion

Konvektion ist die Wärmeübertragung durch den Transport erwärmter Materie und Austausch der Wärme, im Boden i. d. R. durch strömendes Porenwasser.

$$q_k = c \cdot v \cdot F \cdot (T_2 - T_g) \text{ [J/s]} \quad (7)$$

mit

- c Wärmekapazität des Wassers [J/m³K]
- v Filtergeschwindigkeit [m/s]
- F durchströmte Fläche [m²]
- T_2 Grundwassertemperatur [K]
- T_g Gefriertemperatur [K]

3.2 Thermische Eigenschaften von gefrorenen Böden

Boden ist in der Regel ein Gemisch aus Mineralstoffen, Porenwasser bzw. Poreneis und Luft. Seine thermischen Eigenschaften werden durch die spezifische Wärme c , die Wärmeleitfähigkeit λ (aus beidem abgeleitet wird die Temperaturleitfähigkeit) sowie durch die Kristallisationswärme bestimmt. Die thermischen Kennwerte hängen von der Bodenart, dem Wasser- bzw. Eisgehalt, dem Sättigungsgrad sowie der Dichte und der Temperatur ab. So fällt beispielsweise die spezifische Wärme aller Materialien bis zum absoluten Temperaturnullpunkt auf null ab, während die Wärmeleitfähigkeit mit fallender Temperatur ansteigt. Eine Besonderheit bei der thermischen Berechnung von Bodenvereisungen ergibt sich daraus, dass in der Regel ein gefrorener und ein ungefrorener Bereich zu betrachten sind, an dessen Übergang sich die thermischen Eigenschaften des Wassers und damit in der Folge des gesamten Bodens stark verändern.

3.2.1 Wärmeleitfähigkeit

Die Wärmeleitfähigkeit von Böden steigt mit der Dichte sowie dem Sättigungsgrad. Wegen der höheren Leitfähigkeit von Eis gegenüber Wasser hat gefrorener Boden eine höhere Leitfähigkeit als ungefrorener, ferner sind quarzreiche Böden leitfähiger als solche mit Tonmineralen.

In der Literatur sind verschiedene Methoden zur rechnerischen Ermittlung der Wärmeleitfähigkeit aufgrund der verschiedenen Eingangsparameter angegeben. Nach einem Vergleich verschiedener Methoden durch *Farouki* [20] liefert die von *Johansen* [30] entwickelte Methode die am besten zutreffenden Ergebnisse, wenngleich die Beziehungen nicht dimensionsrein sind. Danach wird die Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Trockenwichte, Porenanteil, Mineralart, Quarzanteil, Sättigungsgrad und der Leitfähigkeit der vorkommenden Mineralien mit den Eingangswerten aus Tabelle 2 wie folgt ermittelt:

$$\lambda = (\lambda_r - \lambda_d) \cdot K_e + \lambda_d \tag{8}$$

Tabelle 2. Eingangswerte zur Ermittlung der Wärmeleitfähigkeit nach [30]

Einzelwerte	gefroren	ungefroren
λ_r Wärmeleitfähigkeit gesättigt	$\lambda_s^{1-n} \cdot 2,2^n \cdot 0,269^{w_u}$	$\lambda_s^{1-n} \cdot 0,57^n$
K_e Kersten-Zahl für körnige Böden	S_r	$0,7 \cdot \log S_r + 1,0$
K_e Kersten-Zahl für bindige Böden	S_r	$\log S_r + 1,0$
λ_d Wärmeleitfähigkeit trocken – für natürliche Böden – für gebrochenes Material	$(13,7 \cdot \gamma_d + 64,7)/(2700 - 94,7 \cdot \gamma_d)$ $0,039 \cdot n^{-2,2}$	

mit

γ_d Trockenwichte [kN/m³]

n Porenanteil [–]

q Quarzanteil [–]

S_r Sättigungszahl [–]

geometrisch gemittelte Wärmeleitzahl des Mineralgemischs: $\lambda_s = 7,7^q \cdot 2,0^{1-q}$ [W/mK]

bzw. bei körnigem Boden mit $q < 0,2$:

$\lambda_s = 7,7^q \cdot 3,0^{1-q}$ [W/mK]

w_u Anteil ungefrorenen Wassers [–]

Tabelle 3. Thermische Kennwerte (Anhaltswerte)

Material	Wärmeleitzahl		Volumetrische Wärmekapazität		Quelle
	ungefroren λ_2 [W/mK]	gefroren λ_1 [W/mK]	ungefroren c_2 [MJ/m³K]	gefroren c_1 [MJ/m³K]	
H ₂ O	0,602	2,22	4,18	1,93	[40]
Kies	2,0–3,3	2,9–4,2	2,2–2,7	1,5–2,1	[9]
Sand feucht	1,5–2,5	2,7–3,9	2,5–3,0	1,8–2,2	[9]
Schluff	1,4–2,0	2,5–3,3	2,5–3,1	1,8–2,3	[9]
Ton	0,9–1,8	1,5–2,5	2,2–3,2	1,7–2,3	[9]
Tonstein	2,6–3,1	2,7–3,2	2,34–2,35	2,25–2,26	[9]
Sandstein	3,1–4,3	3,2–4,4	2,19–2,20	2,07–2,08	[9]
Beton je nach Dichte	1,2–2,0		1,8–2,4		[64]
Stahlbeton	2,0–2,5		2,2–2,4		[64]
Baustahl	50		3,51		[64]
Edelstahl	17		3,63		[64]
Kupfer	380		3,38		[64]
Aluminium	160		2,46		[64]
Mauerwerk	0,35–1,2		1,75–2,6		[64]
Quarz	8,4		1,7–2,0		[3]
Sandstein	1,8–4,2				[64]
Kalkstein	1,3–5,0				[64]

Die Werte weichen von Messwerten bis zu $\pm 25\%$ ab, angesichts der ohnehin streuenden Bodenbeschaffenheit im natürlichen Untergrund ist dies für baupraktische Aufgaben hinnehmbar [20]. Weiterhin ist zu beachten, dass die Eingangswerte stets nur einen bestimmten Zustand repräsentieren und Veränderungen des Bodens z. B. durch die Wanderung und Anreicherung von Porenwasser nicht erfassen können. Dies kann in seltenen Einzelfällen eine genauere Betrachtung erforderlich machen.

In Tabelle 3 sind Leitfähigkeitsbeiwerte für häufig vorkommende Bodenarten sowie andere, für Bodenvereisungen relevante Materialien angegeben.

3.2.2 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität repräsentiert diejenige Wärmemenge, welche erforderlich ist, um die Temperatur in einer bestimmten Bodenmenge um 1 K zu erhöhen oder zu vermindern. In den nachfolgenden Betrachtungen wird die Wärmekapazität stets auf das Volumen bezogen, da die Frostkörper in thermischen Berechnungen durch ihre Raumkoordinaten definiert sind.

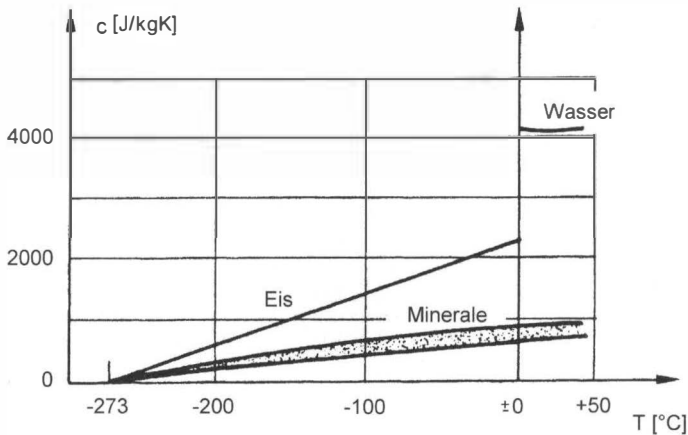


Bild 14. Wärmekapazität in Abhängigkeit von der Temperatur [29]

Die auf die Masse bezogene spezifische Wärmekapazität c_m [J/gK] lässt sich durch Multiplikation mit der Dichte [g/m³] in die volumetrische Wärmekapazität c_v [J/m³K] umrechnen. Die Wärmekapazität nimmt mit fallender Temperatur ab und verschwindet am absoluten Temperaturnullpunkt (Bild 14).

Den größten Einfluss auf die Wärmekapazität von Böden übt das Porenwasser aus. Flüssiges Wasser hat wegen der speziellen Form seiner Moleküle besonders viele Freiheitsgrade der Molekülbewegungen und deshalb eine höhere spezifische Wärmekapazität als fast alle anderen Stoffe. Im gefrorenen Zustand nehmen die Freiheitsgrade der Molekülbewegung ab, damit fällt auch die spezifische Wärme um mehr als die Hälfte. Da Bodenvereisungen nur in ausreichend wasserhaltigen Böden durchgeführt werden, verringert sich beim Gefrieren auch die Wärmekapazität des Bodens. Demgegenüber liegt die Wärmeleitfähigkeit von Eis wegen der stärkeren Kopplung der Moleküle weit über derjenigen flüssigen Wassers. Damit steigt mit sinkender Temperatur und insbesondere beim Gefrieren die Temperaturleitfähigkeit (thermische Diffusivität).

Kühlt man ungefrorenes Wasser oder ungefrorenen wasserhaltigen Boden ab, so wird beim Erstarren des Wassers zu Eis die Kristallisationswärme $\rho \cdot q_s = 333,7$ [MJ/m³], auch latente Wärme genannt, frei.

Während in körnigen Böden das Porenwasser bei Erreichen des Gefrierpunktes fast vollständig gefriert, kann in bindigen Böden mit deren relativ großer spezifischer Oberfläche auch unterhalb des Gefrierpunktes ungefrorenes Wasser vorhanden sein. Grund hierfür sind die Bindungskräfte des Wassers an die Oberflächen der Mineralkörner, die stärker sind als die Bindungskräfte zum Eiskristall, sodass sich die Wassermoleküle nicht in das Kristallgitter einordnen. Die ungefrorenen Wasserhüllen sind zähflüssig und so längs der Kornoberflächen verschieblich, sie spielen eine wesentliche Rolle bei der Entstehung von Eislinsen. Diese Effekte nehmen mit zunehmender spezifischer Oberfläche des Minerals zu. Nach [3] kann bei hochplastischen Böden bis -70 °C ungefrorenes Wasser vorhanden sein, für baupraktische Aufgaben ist im Rahmen sonstiger Streuungen eine Berücksichtigung bis allenfalls ca. -10 °C ausreichend. In thermischen Berechnungen setzt man dann die Änderung der Wärmeleitfähigkeit, der spezifischen Wärme sowie das Freiwerden der Kristallisationswärme nicht mehr sprunghaft am Gefrierpunkt, sondern fließend über einige

Grade bis unter den Gefrierpunkt an. In den meisten Bodenarten kann dies angesichts sonstiger Fehlereinflüsse jedoch vernachlässigt werden.

Die Wärmekapazität c kann ausreichend genau nach der Mischungsregel aus der Summe der Wärmekapazitäten der Einzelbestandteile aufsummiert werden.

$$c = \sum c_i \cdot m_i / \sum m_i \quad (9)$$

mit

c_i Wärmekapazität der Einzelbestandteile [J/gK] bzw. [J/m³K]

m_i Anteile der Komponenten in Masse bzw. Volumen [–]

Bezieht man die Wärmekapazität des Bodens auf diejenige des Wassers und dividiert durch die Wichte des Wassers, so lässt sich nach [2] die spezifische volumetrische Wärmekapazität wie folgt abschätzen. Dabei wird für gefrorenen Boden die Wärmekapazität des Eises näherungsweise mit der Hälfte der Wärmekapazität flüssigen Wassers angesetzt.

$$\text{Wärmekapazität ungefroren: } c_2 = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} \left(0,18 + \frac{w}{100} \right) \cdot c_w \quad (10 \text{ a})$$

$$\text{Wärmekapazität gefroren: } c_1 = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} \left(0,18 + 0,5 \cdot \frac{w}{100} \right) \cdot c_w \quad (10 \text{ b})$$

mit

γ_d Trockendichte [kN/m³]

γ_w Wichte des Wassers [kN/m³]

w Wassergehalt (gravimetrisch) [%]

$c_w = 4,187 \text{ MJ/m}^3\text{K}$: volumetrische Wärmekapazität von Wasser

Ist in einem nennenswerten Anteil ungefrorenes Wasser vorhanden, so lautet die Beziehung für c_1 :

$$c_1 = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} \left(0,18 + \frac{w_u}{100} + 0,5 \cdot \frac{w - w_u}{100} \right) \cdot c_w \quad (11)$$

mit

w_u Anteil des ungefrorenen Wassers [%]

3.3 Künstlich erzeugte Frostausbreitung

Zur Herstellung von Frostkörpern wird der Boden von seiner natürlichen Temperatur (in unserem Klima ca. +8 bis +11 °C im Jahrmittel, in innerstädtischen Bereichen durch künstliche Wärmeeinträge aus warmen Leitungen, Gebäudekellern usw. bis ca. +19 °C) auf etwa –15 bis –30 °C abgekühlt. Für statische Berechnungen wird statt der Tiefstwerte an den Gefrierrohren meist die mittlere Frosttemperatur angesetzt, oftmals wird dabei der Frostkörperrand bei der –2 °C-Isotherme definiert.

Die Wärme fließt vom ungefrorenen Boden über die Frostgrenze und den gefrorenen Boden zum Gefrierrohr (Bild 15). Dabei sind die Abkühlwärme des gefrorenen sowie des ungefrorenen Bodens und die Kristallisationswärme des Porenwassers abzuführen. Die Temperaturen ändern sich unterschiedlich schnell, da die Temperaturleitzahlen im gefrorenen und im ungefrorenen Bereich verschieden sind. Bei strömendem Grundwasser kommt noch ein konvektiver Wärmeanteil dazu (s. Abschn. 3.3.2).

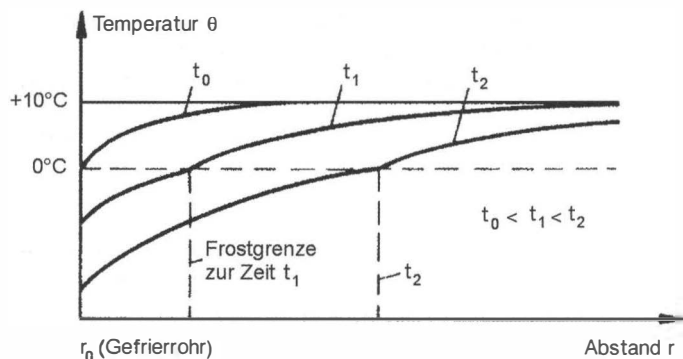


Bild 15. Temperaturverlauf um ein Gefrierrohr zu verschiedenen Zeiten [22]

Zu Beginn (t_0 in Bild 15) wird nur ungefrorener Boden abgekühlt, nach Erreichen der Gefriertemperatur wächst der Frostkörper beim Einzelrohr konzentrisch nach außen (Bild 16 a), bei einer Rohrreihe wegen des geringeren Wärmestroms von den Nachbarrohren her schneller in deren Richtung (Bild 16 b). Der zum Aufbau des Frostkörpers abzuführende Wärmestrom ist erheblich größer als der später zum Unterhalt benötigte. Meist wird deshalb zunächst mit zwei oder mehr Kältemaschinen gekühlt, von denen später eine abgeschaltet wird und als Reserve auf der Baustelle bleibt.

Da künstlicher Bodenfrost in der Regel mit gekühlten Rohren erzeugt wird, basieren die üblichen Berechnungsverfahren auf der Frostausbreitung um ein Einzelrohr, die dann auf Rohrreihen oder Rohrkreise, zum Teil auch auf Doppelreihen erweitert werden. Die analytischen Berechnungsverfahren sind durchweg zweidimensional, numerische Berechnungen werden für praktische Aufgaben überwiegend zweidimensional, in jüngerer Zeit – überwiegend noch zu Forschungszwecken – auch dreidimensional durchgeführt [5, 52].

Eine exakte analytische Berechnung der Frostausbreitung ist wegen der instationären Randbedingungen nicht geschlossen möglich, es gibt jedoch verschiedene Näherungslösungen für häufig vorkommende Randbedingungen. Die dabei vorgenommenen Vereinfachungen beziehen sich sowohl auf physikalische Annahmen als auch auf mathematische Lösungsverfahren, teilweise werden auch Ergebnisse von Modellversuchen hinzugezogen. Unabhängig hiervon wird die Genauigkeit der Berechnungen durch folgende Einflüsse begrenzt:

Die Wärmeleitfähigkeit, die Wärmekapazität sowie die Durchlässigkeit (bei strömendem Grundwasser) des Bodens sind natürlichen Schwankungen unterworfen, sodass eine genaue

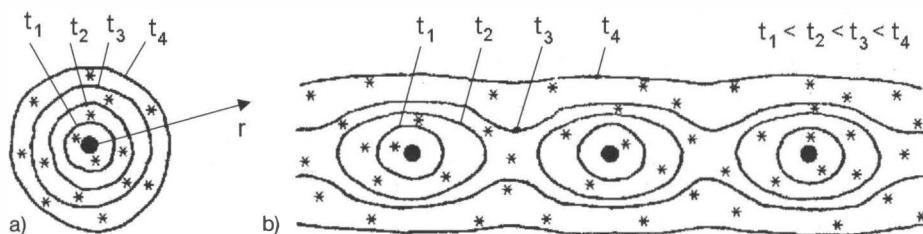


Bild 16. Frostausbreitung; a) bei ruhendem Grundwasser, b) um eine Rohrreihe [22]

experimentelle Bestimmung nicht möglich, aber auch nicht zielführend ist. Weiterhin sind diese Größen teilweise während des Gefrierprozesses, z.B. durch Wasserwanderung, Änderungen unterworfen. In den meisten Fällen beschränkt man sich deshalb auf die Ermittlung von konstanten Kennwerten für den gefrorenen und ungefrorenen Zustand, die darüber hinaus vorhandene Temperaturabhängigkeit wird allenfalls in numerischen Rechenverfahren berücksichtigt.

Bei strömendem Grundwasser liegt ein gekoppeltes Grundwasser- und Wärmeströmungsproblem vor. Durch das Frostwachstum werden die Geometrie des Strömungsraumes und damit die Strömung selbst beeinflusst. Der Wärmeübergang an räumlich und zeitlich sich ändernden Oberflächen ist analytisch nicht darstellbar. Weiterhin ist die Temperatur an den Gefrierrohrflächen zumindest zu Beginn des Gefrierprozesses zeitabhängig, aber i. d. R. nicht genau prognostizierbar. Aus diesen Gründen ist eine exakte durchgängige Berechnung des Gefrierprozesses nicht möglich, wenngleich die Prognosegenauigkeit mit der weiteren Entwicklung der Berechnungsverfahren zunehmen wird. Weil dabei der Aufwand nicht nur bei der Berechnung selbst, sondern auch bei der Ermittlung von Eingangsgrößen ansteigt, sind bei baupraktischen Anwendungen stets Aufwand und Nutzen der Berechnungen einander gegenüberzustellen. Bei vielen Praxisfällen stehen einige wenige Fragen im Vordergrund:

- die Zeit zum Schließen des Frostkörpers in Abhängigkeit vom Gefrierrohrabstand und der Gefriertemperatur;
- die Temperaturverteilung im Frostkörper während der Nutzungsphase im Hinblick auf die statischen Anforderungen;
- bei strömendem Grundwasser die Grenze des Frostkörperwachstums sowie die Zeit zum Schließen des Frostkörpers in Abhängigkeit von der Gefrierrohrkonstellation und der Gefriertemperatur;
- die räumliche Temperaturverteilung während der Nutzungsdauer im Hinblick auf die Beurteilung des Frostkörpers anhand einzelner Temperaturmessstellen;
- die erforderliche Kälteleistung vor allem während des Frostkörperaufbaus. Im Unterhaltsbetrieb ist die Kälteleistung geringer und deshalb zwar im Hinblick auf Kosten, nicht jedoch für die Dimensionierung der Vereisungsinstallation maßgebend.

Die Anwendung analytischer Verfahren erstreckt sich in der Regel auf einfache Geometrien, auf Vorstudien z.B. zur Festlegung des Gefrierrohrabstandes, zur Plausibilitätskontrolle sowie zur Kalibrierung von numerisch ermittelten Ergebnissen, da manche Berechnungsprogramme nicht direkt ermittelbare Eingaben wie z.B. Wärmeübergangskoeffizienten erfordern. Wenngleich die Berechnung von Randwertproblemen mittlerweile meist numerisch erfolgt, sind analytische Verfahren dennoch nützlich.

3.3.1 Frostausbreitung bei ruhendem Grundwasser

3.3.1.1 Frostausbreitung vor dem Schließen des Frostkörpers

Um ein von einem Kühlmittel durchströmtes Gefrierrohr mit dem Radius r_0 bildet sich ein Frostkörper mit dem Radius R . Das Gefrierrohr stellt eine Wärmesenke dar, durch die dem umgebenden Boden Wärme entzogen wird. Unter der Voraussetzung, dass in Richtung der Rohrachse kein Temperaturgradient vorhanden ist, gilt neben der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung (4) für das gefrorene sowie für das ungefrorene Gebiet die Wärmebilanz an der Frostgrenze R . Nachfolgend werden das gefrorene Gebiet mit dem Index „1“ und das ungefrorene Gebiet mit dem Index „2“ gekennzeichnet.

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{\rho q_s} \left[\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial r} \right)_{r=R} - \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_{r=R} \right] \quad (12)$$

mit den Randbedingungen

$$\begin{aligned} t = 0 \text{ und } r_0 < R < \infty : T &= T_{II}, \frac{\partial T}{\partial r} = 0 & (T_{II}: \text{Bodenanfangstemperatur}) \\ t > 0 \text{ und } r = r_0 : T &= T_1 & (T_1: \text{Temperatur des Gefrierrohres}) \\ & r = R : T = T_g & (T_g: \text{Gefriertemperatur} = 0^\circ\text{C}) \\ & r \rightarrow \infty : T = T_{II}, \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \end{aligned}$$

Die exakte Lösung dieser Gleichungen ist bislang nicht gelungen, weshalb verschiedene Vereinfachungen eingeführt wurden.

Die einfachste Betrachtung beschränkt sich auf die Kristallisationswärme, d. h. $c_1 = c_2 = 0$.

Nach dem Ansatz von *Leibenson* [60] wird zusätzlich die Abkühlwärme des Frostkörpers, nicht aber der ungefrorenen Umgebung betrachtet, dies ist gleichbedeutend mit der Annahme $T_{II} = T_g = 0$. Dieser Ansatz ist nur dann akzeptabel, wenn die Bodenanstangstemperatur nahe dem Gefrierpunkt liegt, d. h. T_{II} etwa annähernd T_g ist.

Im Ansatz von *Chakimov* [60] wird die Abkühlwärme des ungefrorenen Bereichs mit der Wärmekapazität des gefrorenen Bereichs berechnet, was die abzuführende Wärmemenge unterschätzt. Weiterhin wird die Abkühlgrenze als ein festes Vielfaches des Frostkörperradius angenommen, was physikalisch nicht begründet ist und von den thermischen Bodeneigenschaften sowie stark von den Temperaturen des ungefrorenen Bodens und der Gefrierrohrtemperatur abhängt. Dieser Ansatz ist Basis für das Rechenverfahren von *Sanger* und *Sayles* [56]. Dieses geht von folgenden Annahmen aus:

- Es wird ein stationärer Zustand betrachtet. Dadurch wird aus der partiellen inhomogenen Differenzialgleichung für die Wärmeleitung eine gewöhnliche Differenzialgleichung, die wieder elementar integrierbar ist. Damit kann jedoch die zeitliche Frostausbreitung nicht mehr berechnet werden, weshalb das Informationsdefizit mit der physikalisch unbegründeten Annahme eines festen Verhältnisses a_R von Abkühlradius zu Gefrieradius ersetzt wird. Hierfür wird bei *Chakimov* ein Wert von 4,5 bis 5,5 und in [56] ein Wert von 3,0 empfohlen, was jedoch von den thermischen Bodeneigenschaften abhängt und nur für spezielle Fälle zutrifft. Eine korrekte Ermittlung von a_R in Abhängigkeit von den thermischen Eigenschaften des Bodens sowie den Anfangsbedingungen ist mit diesem Verfahren nicht möglich, a_R beeinflusst aber stark das Ergebnis.
- Ausgehend vom stationären Zustand mit einem gegebenen Frostkörperradius und der aufgrund des gewählten a_R entstehenden Temperaturverteilung wird die zur Abkühlung auf diesen Zustand entzogene Wärmemenge ermittelt. Für den Wärmestrom von außen wird ein Zuschlag von 30% empfohlen.
- Wiederum für die (letztlich gewählte) Temperaturverteilung wird der stationäre Wärmestrom ermittelt, zusammen mit der zu entziehenden Wärmemenge ergibt sich hierfür die Gefrierzeit und erforderliche Kälteleistung am Gefrierrohr. Auch diese Ergebnisse hängen stark vom gewählten a_R ab.

In [56] werden weitere geschlossene Berechnungsansätze und Nomogramme für das Frostwachstum nach dem Schließen des Frostkörpers für gerade und gekrümmte einfache und doppelte Gefrierrohrreihen angegeben, die wegen der o. g. Annahmen in passenden Fällen, jedoch nicht im Allgemeinen hinreichend genaue Ergebnisse liefern, weshalb von der Anwendung abgeraten wird.

Das Verfahren von *Ständer* [60] errechnet die Frostausbreitung um ein Gefrierrohr mit dem Radius r_0 basierend auf dem geschlossen lösbaren Fall einer fadenförmigen Wärmesenke mit zeitlich konstantem Wärmeentzug. Die analytische Näherungslösung gibt alle physikalischen Einflüsse richtig wieder, ein Fehler entsteht lediglich durch die vereinfachende Annahme, dass zu Beginn des Gefrierens um das Gefrierrohr bereits eine Vorkühlung vorhanden ist. Der Fehler ist aber gering, weil zu diesem Zeitpunkt die Abkühlzone wegen des geringen Rohrdurchmessers noch sehr klein ist, ferner weil auch die Zeit zur Vorkühlung bei dem geringen Rohrdurchmesser gering und weiterhin die Vorkühlwärme erheblich kleiner ist als die Kristallisationswärme.

Unter Berücksichtigung der o.g. Randbedingung wird eine Partikulärlösung der Wärmeleitungsgleichung gewonnen, mit der schließlich die Gefrierzeit t_g bis zum Erreichen eines bestimmten Frostkörperradius R ermittelt werden kann. Dabei werden aus den üblichen Eingangswerten λ (Wärmeleitfähigkeit), θ (Temperatur in $^{\circ}\text{C}$), a (Temperaturleitfähigkeit) und $\rho \cdot q_s$ (Kristallisationswärme) folgende dimensionslose Kennzahlen gebildet:

$$X = -\frac{\lambda_1 \theta_1}{\lambda_2 \theta_{11}} \quad (13)$$

$$Y = -\frac{\lambda_1 \theta_1}{a_1 \rho q_s} \quad (14)$$

$$Z = \frac{R}{r_0} \quad (15)$$

$$k^2 = \frac{R^2 - r_0^2}{4a_1 t_g} \quad (16)$$

$$\beta = \frac{a_1}{a_2} \quad (17)$$

Darin bedeuten:

- λ_1, λ_2 Wärmeleitfähigkeit gefroren/ungefroren [W/mK]
- θ_1 Gefrierrohrtemperatur [$^{\circ}\text{C}$]
- θ_{11} Temperatur des umgebenden Bereiches [$^{\circ}\text{C}$]
- r_0 Gefrierrohrdurchmesser [m]
- R Frostkörperradius [m]
- a_1, a_2 Temperaturleitfähigkeit gefroren/ungefroren [m^2/s]
- t_g Gefrierzeit [s]

Mit diesen Kennzahlen ergibt sich die Lösung der Differenzialgleichung zu

$$\frac{1}{X} = \frac{e^{\beta k^2} \text{Ei}(-\beta k^2)}{e^{k^2} \frac{Z^2}{Z^2 - 1} \left\{ e^{-k^2/Z^2} - \frac{1}{Z^2} e^{-k^2} + \left(1 + \frac{k^2}{Z^2} \right) \left[\text{Ei}\left(-\frac{k^2}{Z^2}\right) - \text{Ei}(-k^2) \right] \right\}} + \frac{k^2 \text{Ei}(-\beta k^2) e^{\beta k^2}}{Y} \quad (18)$$

mit der Integraleponentialfunktion

$$\text{Ei}(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{e^{\xi}}{\xi} d\xi = C + \ln|x| + \frac{x}{1 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot n!} + \dots, \quad (19)$$

darin ist C die Euler'sche Konstante: $C = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots \frac{1}{n} - \ln(n) \right)$
(20)

Wenn man $\beta =$ konstant annimmt, so ergibt sich daraus

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{Y} \quad G(k) + H(Z, k)$$
(21)

Mit Gl. (18) bzw. Gl. (21) lässt sich k^2 und damit t_g z.B. durch ein Iterationsprogramm oder mit den in [60] enthaltenen Nomogrammen (Bild 17) leicht ermitteln. Dabei können die Nomogramme erforderlichenfalls durch parabolische Interpolation oder Extrapolation erweitert werden.

Beispiel 1 (Berechnungsverfahren von Ständer [60] für Einzelrohr, Werte aus den experimentellen Untersuchungen in [52])

Gesucht: Gefrierzeit t_g bis zum Frostkörperradius R um ein Einzelrohr

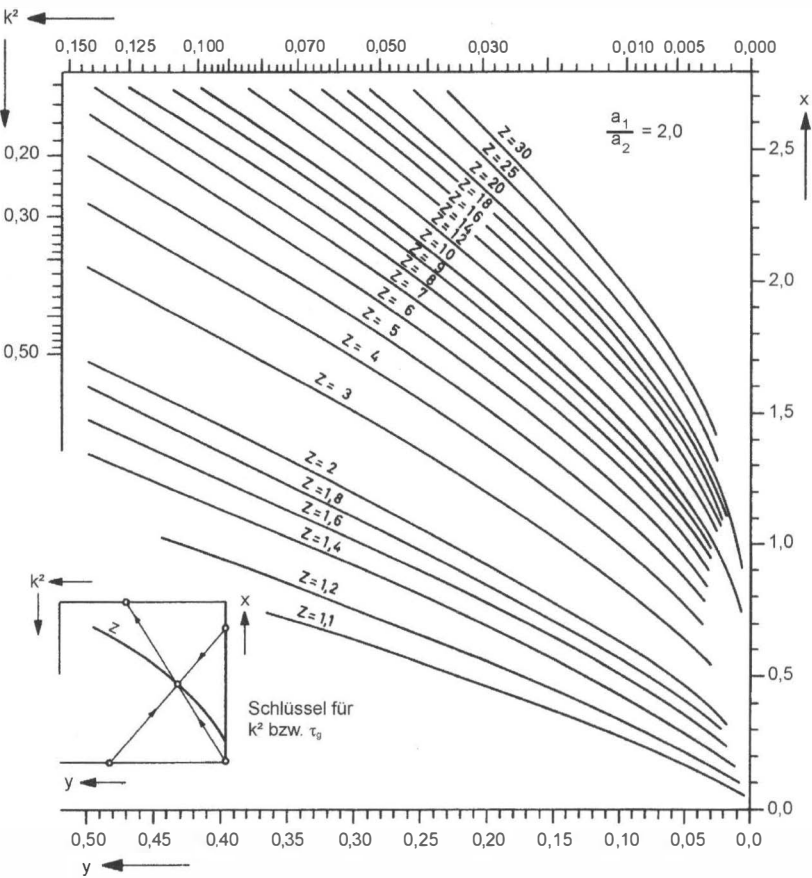


Bild 17. Nomogramme zur Bestimmung des Frostfortschrittes am Einzelrohr ($t_1 = \text{konst.}$) (siehe auch Seiten 255 und 256)

$$\lambda_1 = 3,3 \text{ W/mK}, \lambda_2 = 2,0 \text{ W/mK}, \gamma_d = 15,52 \text{ kN/m}^3, n = 0,406$$

$$c_1 = 2,55 \text{ MJ/m}^3, c_2 = 3,87 \text{ MJ/m}^3, S_r = 1,0, p \cdot q_s = 1,36 \cdot 10^8 \text{ MJ/m}^3$$

$$a_1 = 1,294 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, a_2 = 5,168 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\theta_{II} = +19 \text{ }^\circ\text{C}, \theta_I = -27 \text{ }^\circ\text{C}, r_0 = 0,0205 \text{ m}, R = 0,161 \text{ m}$$

$$X = -3,3 \cdot (-27) / 2,0 \cdot 19 = 2,345$$

$$Y = -3,3 \cdot (-27) / 1,294 \cdot 10^{-6} \cdot 1,36 \cdot 10^8 = 0,506$$

$$Z = 0,161 / 0,0205 = 7,854$$

$$\beta = 1,294 \cdot 10^{-6} / 5,168 \cdot 10^{-7} = 2,504$$

$$\text{Aus Nomogramm} \rightarrow k^2 = 0,0433$$

$$t_g = (0,161^2 - 0,0205^2) / 0,0433 \cdot 4 \cdot 1,294 \cdot 10^{-6} = 1,138 \cdot 10^5 \text{ s} = 31,61 \text{ h}$$

In einer Rohrreihe breitet sich der Frostkörper wegen des fehlenden Wärmestroms von den Nachbarrohren her schneller aus als quer dazu (Bild 16), dieser Effekt ist umso größer, je

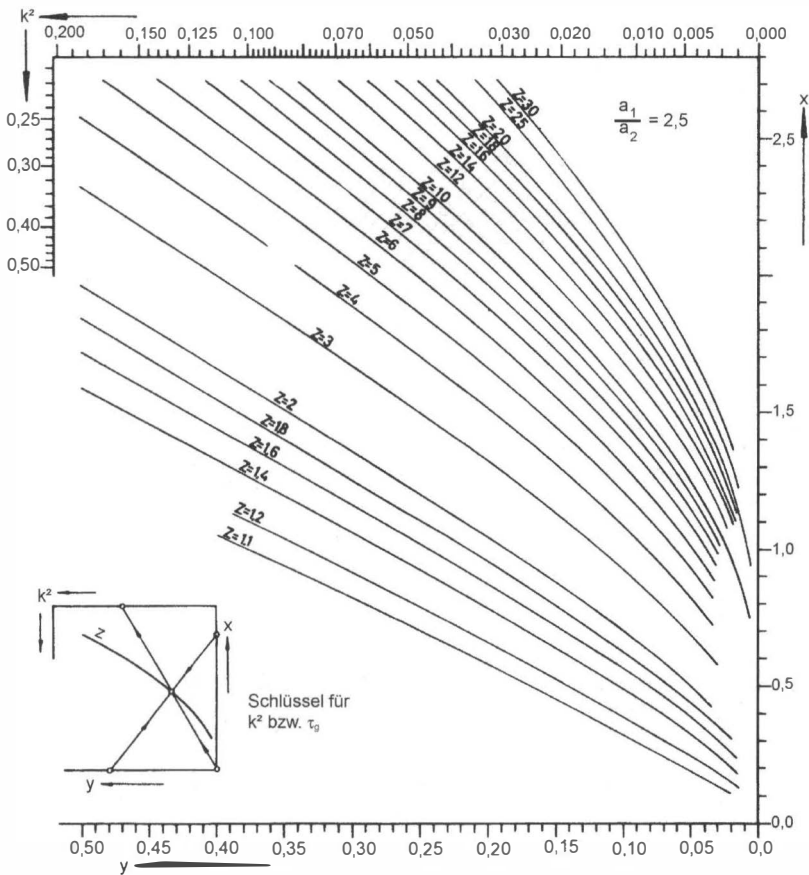


Bild 17. (Fortsetzung)

höher die Bodenanfangstemperatur Θ_{II} ist. Im Verfahren von *Ständer* [60] wird dies durch den Schließzeitfaktor m_s berücksichtigt, mit dem die Bodenanfangstemperatur Θ_{II} multipliziert wird. Nach Modellversuchen [60] mit geraden und gekrümmten Rohrreihen in Quarzsand liegt m_s zwischen ca. 0,27 und 0,30. *Ständer* schlägt auf der sicheren Seite einen einheitlichen Wert von $m_s = 0,3$ vor. Damit gilt $\Theta_{II}^* = \Theta_{II} m_s$ und in X wird Θ_{II}^* statt Θ_{II} eingesetzt. Der weitere Lösungsweg ist identisch wie für ruhendes Grundwasser.

Beispiel 2 (Berechnungsverfahren von *Ständer* [60] für Rohrreihe, Werte aus [52])

Gesucht: Gefrierzeit t_g in der Rohrreihe bis zum Frostkörperradius R mit Schließzeitfaktor $m_s = 0,3$

$X = -3,3 \cdot (-27) / 2,0 \cdot 19 \cdot 0,3 = 7,816$; weitere Werte wie Beispiel 1

Aus Nomogramm $k^2 = 0,0996$

$t_g = (0,161^2 - 0,0205^2) / 0,0996 \cdot 4 \cdot 1,294 \cdot 10^{-6} = 49.465 \text{ s} = 13,74 \text{ h}$

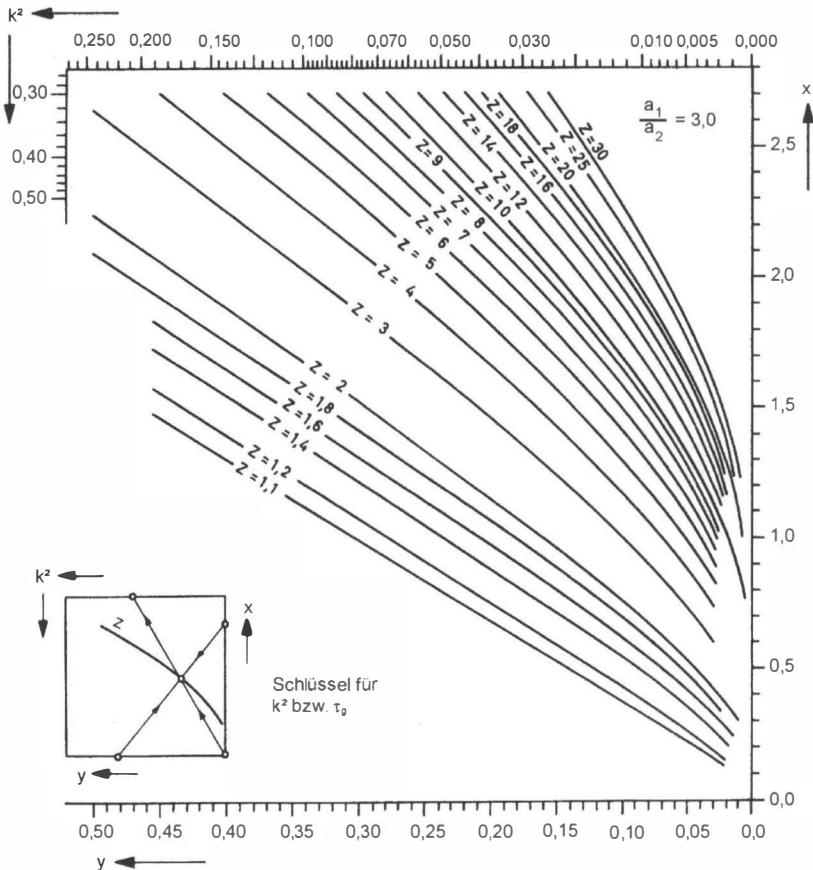


Bild 17. (Fortsetzung)

Zum Vergleich: Verfahren nach [56]

$$t_g = (0,161^2 \cdot 6,027 \cdot 10^8 / 4 \cdot 3,3 \cdot 27) (2 \ln (0,61 / 0,025) - 1 + 2,55 \cdot 10^6 \cdot 27 / 6,027 \cdot 10^8) \\ = 1,419 \cdot 10^5 = 39,4 \text{ h}$$

$$\text{mit } L_1 = 3,35 \cdot 10^8 + (3,0^2 - 1) \cdot 3,87 \cdot 10^6 \cdot 19 / 2 \ln 3,0 = 6,027 \cdot 10^8 \text{ MJ/m}^3$$

Nach einem Vergleich mit ausgeführten Versuchen [52] liefert das Verfahren nach [60] für ruhendes Grundwasser erheblich genauere Werte als das Verfahren nach [56]:

Schließzeit t_s bei ruhendem Grundwasser:

- im Versuch [52]: 17,7 Std. (Mittelwert aus drei Messungen)
- Berechnung nach [60]: 13,7 Std.
- Berechnung nach [56]: 39,4 Std. mit $a_R = 3,0$ bzw. 47,6 Std. mit $a_R = 4,0$

(Modifiziert man das Verfahren nach [56] ebenfalls mit dem Schließzeitfaktor $m_s = 0,3$, so ergibt sich $L_1 = 4,153 \cdot 10^8$ und $t_g = 9,931 \cdot 10^4 = 27,4 \text{ h}$)

3.3.1.2 Frostausbreitung um die Rohrreihe nach dem Schließen

Nach dem Schließen des Frostkörpers hat er eine zunächst wellige, im Lauf der Zeit aber zunehmend glatte Oberfläche. Damit handelt es sich um eine flächige ebene Wärmesenke, zu der aus der Umgebung Wärme strömt. Für das ebene Gefrierproblem mit konstanter Temperatur der Wärmesenke und mit dem Phasenübergang hat *F. Neumann* ca. 1860 eine exakte Lösung angegeben. Er weist nach, dass der Frost proportional zur Wurzel aus der Zeit wächst, d. h. die Frostwanddicke L beträgt

$$L(t) = p \cdot \sqrt{t} \quad (22)$$

Der Proportionalitätsfaktor p ergibt sich nach [60] aus der Gleichung

$$p \cdot q_s \frac{\sqrt{\pi}}{2} p = - \frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} \Theta_E \frac{e^{-\frac{p^2}{4a_1}}}{G\left(\frac{p}{\sqrt{4a_1}}\right)} - \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}} \Theta_{II} \frac{e^{-\frac{p^2}{4a_2}}}{1 - G\left(\frac{p}{\sqrt{4a_2}}\right)} \quad (23)$$

Das letzte Glied erfasst den Einfluss der Vorkühlungswärme. Die Gleichung lässt sich nicht nach p auflösen. Zur Ermittlung von p gibt *Ständer* Nomogramme an (Bild 18), mit denen aus den dimensionslosen Kennzahlen

$$x = -\sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \cdot \frac{\lambda_2 \Theta_{II}}{\lambda_1 \Theta_E} = -\frac{b_2 \Theta_{II}}{b_1 \Theta_E} \quad (\Theta_E: \text{Temperatur der ebenen Wärmesenke}) \quad (24)$$

$$y = \frac{1}{Y} = -\frac{a_1 p q_s}{\lambda_1 \Theta_E} \quad (25)$$

$$\beta = \frac{a_1}{a_2}$$

$$q^2 = \frac{p^2}{4a_1} = \frac{L^2}{4a_1 t} \quad (26)$$

(entspricht $k^2 = \frac{R^2 - r_0^2}{4a_1 t}$ beim rotationssymmetrischen Problem)

die Größe q und daraus $p = q \cdot \sqrt{4 \cdot a}$ ermittelt werden können.

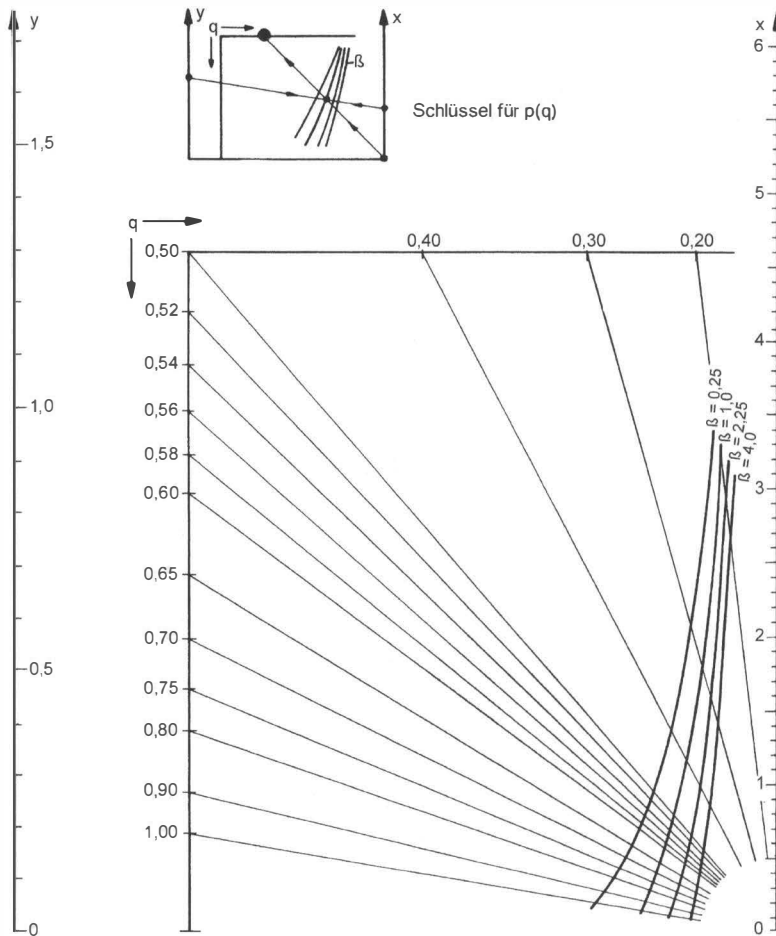


Bild 18. Nomogramme zur Bestimmung des Proportionalitätsfaktors p für die Frostausbreitung im ebenen Fall [60]

Da die Frostausbreitung der ebenen Wand beim Schließen des Frostkörpers beginnt und zu diesem Zeitpunkt noch eine wellige Oberfläche vorhanden ist, muss für die Transformation auf das ebene Problem deren bis dahin erreichte mittlere Dicke sowie die während des Frostwachstums zeitlich gemittelte Temperatur in der Rohrwandebene bestimmt werden.

Die zeitlich gemittelte Temperatur Θ_E in der Gefrierroherebene folgt aus der Gefrierrohrtemperatur Θ_I und der gesuchten Frostwanddicke L mit $E(L)$ aus Bild 19 [60].

Darin ist die Frostdicke L auf den Gefrierrohrachsabstand D bezogen, ferner geht das Verhältnis r_0/D ein. Zur Ermittlung der zeitlich gemittelten Rohrenebentemperatur muss der zeitliche Mittelwert von $E(L)$ zwischen $L = 0$ und der gesuchten Frostwanddicke L_g entnommen und mit der Gefrierrohrtemperatur multipliziert werden.

$$\Theta_E = E(L) \cdot \Theta_I \quad (27)$$

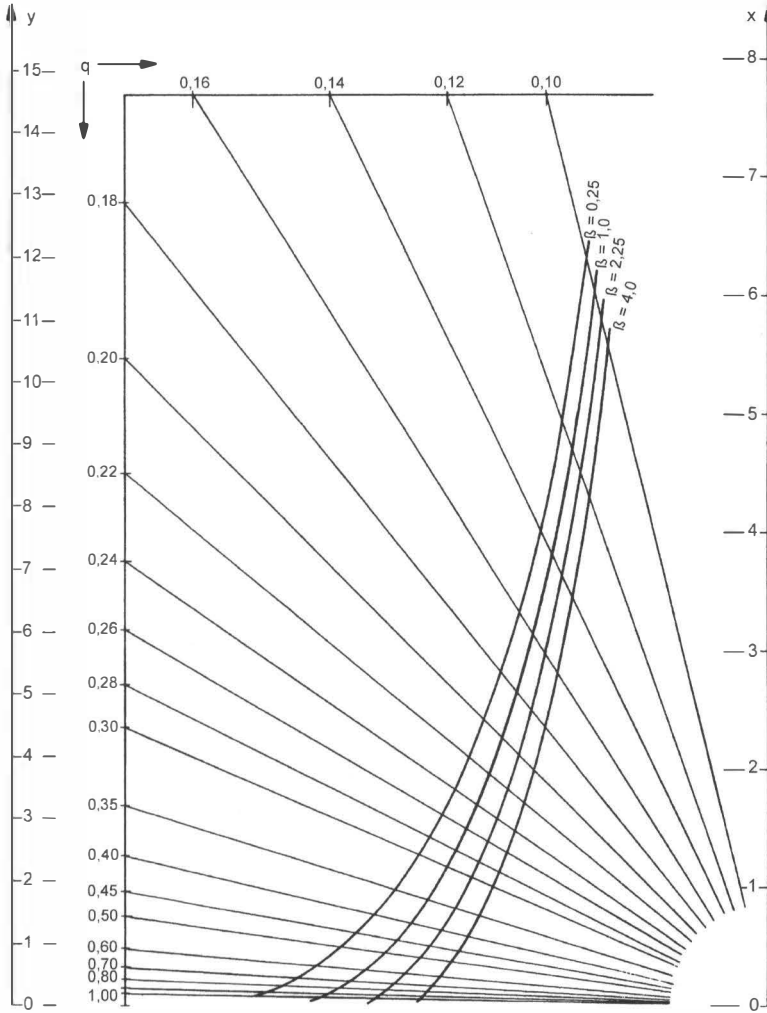


Bild 18. (Fortsetzung)

Mit dem Eingangswert Θ_E kann nach $q^2 = \frac{p^2}{4a_1} = \frac{L^2}{4a_1 t}$ (Gl. 26) aus den Nomogrammen (Bild 18) q bestimmt und daraus p berechnet werden.

Weiter zu ermitteln ist die mittlere Frostwanddicke beim Schließen des Frostkörpers, da die Berechnung der ebenen Frostausbreitung erst in diesem Zustand einsetzt. In der Rohrreihe wachsen die Frostkörper zu den Nachbarrohren hin schneller, sodass sie eine elliptische Form haben. Die beiden Achsen weichen umso stärker voneinander ab, je höher die Boden-anfangstemperatur Θ_{II} ist. Als Näherung ermittelt *Ständer* den Zeitfaktor p für das Frostwachstum sowohl für den Fall mit Vorkühlwärme, d.h. unter Ansatz der Boden-anfangs-temperatur Θ_{II} mit der Bezeichnung p_v , wie auch unter Vernachlässigung der Vorkühlwärme,

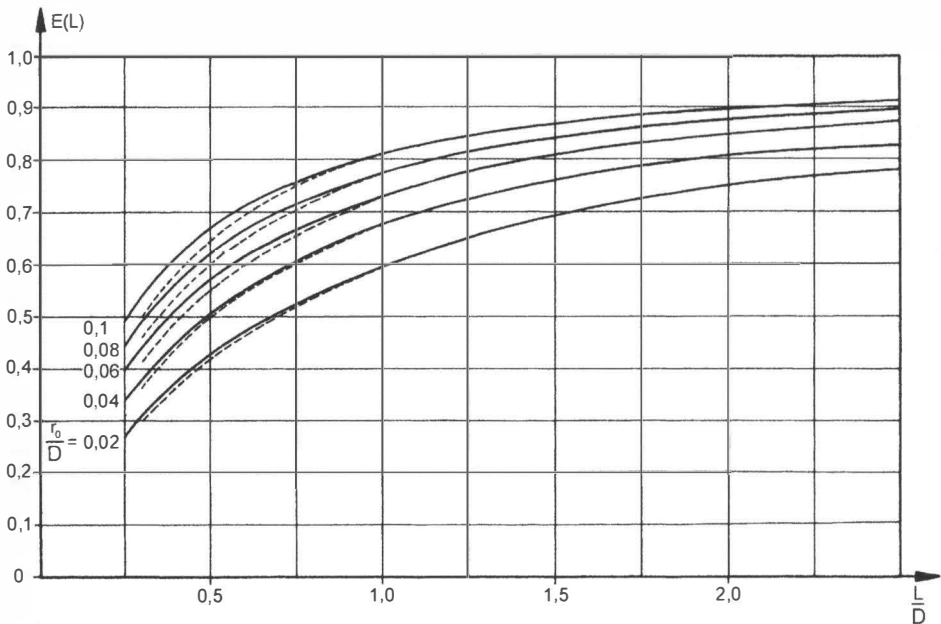


Bild 19. Verhältnis $E(L)$ der mittleren Temperatur auf der Rohrebene zur Rohrwandtemperatur in Abhängigkeit der Frostdicke L [60]

d. h. mit $\Theta_{II} = \Theta_g = 0^\circ \text{C}$ mit der Bezeichnung p_i . Die Ermittlung erfolgt mit den o. g. dimensionslosen Werten und den Nomogrammen (Bild 18). Daraus ergibt sich die größte Frostwanddicke quer zur Gefrierrohrreihe zu

$$L_{\max} = \frac{D}{2} \cdot \frac{p_v}{p_i} \quad (28)$$

Nun wird die wellige Oberfläche in eine flächengleiche Ebene mit der mittleren Frostwanddicke L_s umgerechnet

$$L_s = \frac{\pi}{4} \cdot L_{\max} = 0,785 \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{p_v}{p_i} \quad (29)$$

Ausgehend von der mittleren Frostwanddicke L_s beim Schließen des Frostkörpers zur Zeit t_g folgt wegen des Frostkörperwachstums mit der Wurzel der Zeit näherungsweise

$$L_g = L_s \cdot p \cdot (\sqrt{t_g} - \sqrt{t_s}) \quad (30)$$

$$\text{und daraus } t_g = \left(\frac{L_g - L_s}{p} + \sqrt{t_s} \right)^2 \quad (30 \text{ a})$$

Das Verfahren enthält in der Ermittlung $E(L)$ einen geringen Fehler, den man durch Quadrieren der L/D -Skala verringern kann, weil sich dann eine lineare Zeitskala ergibt und der Mittelwert genauer gebildet werden kann. Dies gilt jedoch nur für den Fall $\Theta_I = \text{konstant}$. Der durch die Berechnung begangene Fehler ist im Rahmen der sonstigen Streuungen jedoch erfahrungsgemäß unerheblich.

Beispiel 3

Gesucht: Gefrierzeit für eine Frostwanddicke von 1,0 m, d.h. $L_g = 0,5$ m, alle übrigen Werte wie in Beispiel 1

Aus Bild 19 folgt die mittlere Frostwandtemperatur Θ_E

mit

$$L/D = 0,5 / 0,322 = 1,553$$

$$r_0/D = 0,0205 / 0,322 = 0,064$$

$$E(L) = 0,83 \rightarrow \Theta_E = -27^\circ\text{C} \cdot 0,83 = -22,41^\circ\text{C}$$

$$x = -\sqrt{1,294 \cdot 10^{-6} / 5,168 \cdot 10^{-7} \cdot 2,0 \cdot 19 / (3,3 \cdot (-22,41))} = 0,813$$

(mit $\Theta_{II} = +19^\circ\text{C}$)

bzw. $x = 0$ mit $\Theta_{II} = 0$ (ohne Vorkühlwärme)

$$y = -1,294 \cdot 10^{-6} \cdot 1,36 \cdot 10^8 / 3,3 \cdot (-22,41) = 2,38$$

$$\beta = 1,294 \cdot 10^{-6} / 5,168 \cdot 10^{-7} = 2,504$$

Die mittlere Frostwanddicke L_s folgt aus der maximalen Frostwanddicke L_{\max} für $\Theta_E = -22,41^\circ\text{C}$ mit $q = 0,34$ aus Bild 18

$$p_v = \sqrt{4 \cdot 1,294 \cdot 10^{-6} \cdot 0,34} = 7,74 \cdot 10^{-4}$$

und für $\Theta_{II} = 0^\circ\text{C}$ mit $q = 0,43$ aus Bild 18

$$p_i = \sqrt{4 \cdot 1,294 \cdot 10^{-6} \cdot 0,43} = 9,78 \cdot 10^{-4}$$

$$L_{\max} = (0,322/2) \cdot (7,74 \cdot 10^{-4} / 9,78 \cdot 10^{-4}) = 0,127 \text{ m}$$

$$L_s = \frac{\pi}{4} \cdot L_{\max} = 0,785 \cdot 0,127 = 0,100 \text{ m}$$

Daraus ergibt sich mit der Schließzeit $t_s = 49465$ s aus Beispiel 2 die Gefrierzeit t_g

$$t_g = \left((0,5 - 0,100) / 7,74 \cdot 10^{-4} + \sqrt{49465} \right)^2 = 5,464 \cdot 10^5 \text{ s} = 151,8 \text{ h}$$

und die Gesamtgefrierzeit

$$t_{\text{ges}} = t_s + t_g = 49465 + 5,464 \cdot 10^5 = 5,96 \cdot 10^5 \text{ s} = 165,5 \text{ h}$$

Ständer [60] macht auch Angaben für die Berechnung von Gefrierrohren auf einem Kreis, durch den ein Bodenvolumen eingeschlossen wird und dort deshalb nur eine endliche Wärmemenge zur Verfügung steht. Da derartige Fälle wegen der oftmals nicht vorhandenen Rotationssymmetrie durch numerische Verfahren meist genauer erfasst werden können, wird auf die Darstellung des Rechenverfahrens hier verzichtet.

3.3.2 Frostausbreitung bei strömenden Grundwasser

Bei strömendem Grundwasser ist außer der Kristallisationswärme sowie den Wärmemengen für die Abkühlung des gefrorenen und des ungefrorenen Bereichs die konvektiv durch das strömende Grundwasser zugeführte Wärmemenge abzutransportieren. Bei senkrechter Anströmung eines Gefrierrohres ist der Frostkörper nicht mehr rotationssymmetrisch, er wächst weniger gegen die Strömung und quer dazu (Bild 20). Bei genügend großer konvektiver Wärmezufuhr kann das Frostkörperwachstum bis zum Stillstand verzögert werden, in der

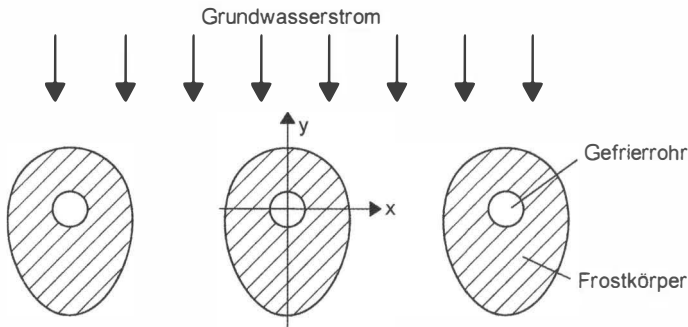


Bild 20. Frostkörperwachstum bei strömendem Grundwasser

Rohrreihe ist dann ein Schließen des Frostkörpers nicht mehr möglich. Für die Praxis ergeben sich hieraus folgende wesentliche Fragen:

- Wie dick kann der Frostkörper maximal werden, bzw. ist ein Schließen in der Rohrreihe noch möglich?
- Wie entwickelt sich die Frostkörperdicke mit der Zeit, bzw. nach welcher Zeit ist der Frostkörper geschlossen?

Hierfür hat Victor [62] mithilfe geometrischer und thermischer Vereinfachung einen Ansatz in Form einer gewöhnlichen Differenzialgleichung abgeleitet, der mit Kenntnis des konvektiven Wärmeübergangs an der Frostgrenze die Gefrierzeit für einen gesuchten Frostkörperdurchmesser angeben kann. Das Integral der Lösungsgleichung ist allerdings nicht geschlossen lösbar, es wird jedoch eine Lösung mit grafischer Integration anhand von Nomogrammen angegeben. Das Verfahren basiert auf folgenden Annahmen:

- Der Frostkörper ist ein koaxialer Zylinder um das Gefrierrohr.
- Die Wärmekapazität c_1 des Frostkörpers wird vernachlässigt. Diese ist jedoch klein im Vergleich zu den sonstigen Anteilen des Wärmetransports, sodass der Fehler unerheblich ist.
- In Anlehnung an die exakte Lösung für ruhendes Grundwasser wird der durch Wärmeleitung an die Frostgrenze zugeführte Wärmestrom proportional zu dem in den Frostkörper fließenden Wärmestrom angenommen, d.h. q_1 und q_2 haben ein festes Verhältnis p .
- Der konvektive Wärmetransport q_k wird als selbstständiger Vorgang und (wegen des relativ kleinen Temperaturbereichs ausreichend genau) proportional der Grundwassertemperatur angenommen:

$$q_k = \alpha \cdot \Theta_{II} \quad (6 \text{ a})$$

$$\text{mit der dimensionslosen Wärmeübergangszahl } Nu = \frac{d \cdot \alpha}{\lambda} [-] \quad (31)$$

- Die Nusselt-Zahl Nu wird problemspezifisch empirisch bestimmt, aus Ähnlichkeitskriterien und Modellversuchen ergibt sich hier

$$Nu = 0,99 \cdot \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_2} \cdot Re \right)^{0,74} \quad (32)$$

mit der Reynoldszahl Re

– Mit der dimensionslosen Variablen $Z = R/r_0$ anstatt R und mit

$$W = 0,99 \cdot \frac{\lambda_2}{2r_0} \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_2} \cdot \frac{2r_0 \cdot v_{GW}}{v_w \cdot n} \right)^{0,74} \quad [\text{W/m}^2\text{K}] \quad (33)$$

mit

v_{GW} Filtergeschwindigkeit des Grundwassers
 v_w kinematische Viskosität des Grundwassers
 n Porenzahl

$$\text{ergibt sich schließlich die Wärmeübergangszahl } \alpha = W/Z^{0,26} \quad (34)$$

Damit lautet die Wärmebilanz nach Einführung sämtlicher Austausch (Wärmestrom im gefrorenen Bereich = Wärmezustrom im ungefrorenen Bereich + Kristallisationswärme beim Frostwachstum + konvektiver Wärmezustrom):

$$-\frac{\lambda_1 \Theta_I}{r_0 Z \ln Z} = \frac{p \lambda_2 \Theta_{II}}{r_0 Z \ln Z} + \rho q_s r_0 \frac{dZ}{dt} + \frac{W \Theta_{II}}{Z^{0,26}} \quad (35)$$

Dieser Ansatz führt auf ein nicht elementar lösbares Integral für die Gefrierdauer t_g um ein Einzelrohr:

$$t_g = \frac{\rho q_s r_0}{W \Theta_{II}} \int_1^Z \frac{Z \ln Z dZ}{\frac{-\lambda_1 \Theta_I - p \lambda_2 \Theta_{II}}{W \Theta_{II} r_0} - Z^{0,74} \ln Z} \quad (36)$$

Zunächst muss der Proportionalitätsfaktor p ermittelt werden, dieser ergibt sich aus

$$p = \frac{-\lambda_1 \Theta_I \exp(-\beta k^2)}{\lambda_2 \Theta_{II} \exp(-\beta k^2) - a_1 \cdot \rho q_s k^2 \text{Ei}(-\beta k^2)} \quad (37)$$

Der Faktor k^2 kann wie in Abschnitt 3.3.1.1, Beispiel 1, aus den Größen X , Y , Z und β ermittelt werden.

Das Integral lässt sich numerisch per Rechenprogramm oder mit grafischer Integration durch Aufzeichnen des Integranden (Bild 21) leicht ermitteln. Die Gl. (36) ist auf den physikalischen Annahmen über den Gefriervorgang aufgebaut, lediglich die Wärmeübergangszahl α wurde aufgrund der Ähnlichkeitstheorie ermittelt. Sofern hierfür ein anderer Ansatz vorliegt, kann Gl. (36) auch dann weiter verwendet werden.

Gleichung (36) beantwortet auch die Frage nach dem maximalen Frostkörperradius. Dies ergibt sich aus dem Nenner von Gl. (36), sofern dieser zu 0 wird, wird die Gefrierzeit unendlich, d. h. ein weiteres Frostkörperwachstum ist nicht mehr möglich.

Der Ansatz von *Victor* lässt sich analog dem Vorgehen von *Ständer* auf eine Rohrreihe übertragen, indem wiederum in Gl. (36) statt der Bodenanfangstemperatur Θ_{II} die Temperatur $\Theta_{II}^* = \Theta_{II} \cdot m_s$ eingesetzt wird:

$$t_g = \frac{\rho q_s r_0}{W \Theta_{II}} \int_1^Z \frac{Z \ln Z dZ}{\frac{-\lambda_1 \Theta_I - p \lambda_2 m_s \Theta_{II}}{W \Theta_{II} r_0} - Z^{0,74} \ln Z} \quad (38)$$

Die Gleichung zeigt, dass die Schließzeit gegenüber der Gefrierzeit am Einzelrohr umso stärker verkürzt wird, je höher die Bodentemperatur Θ_{II} ist.

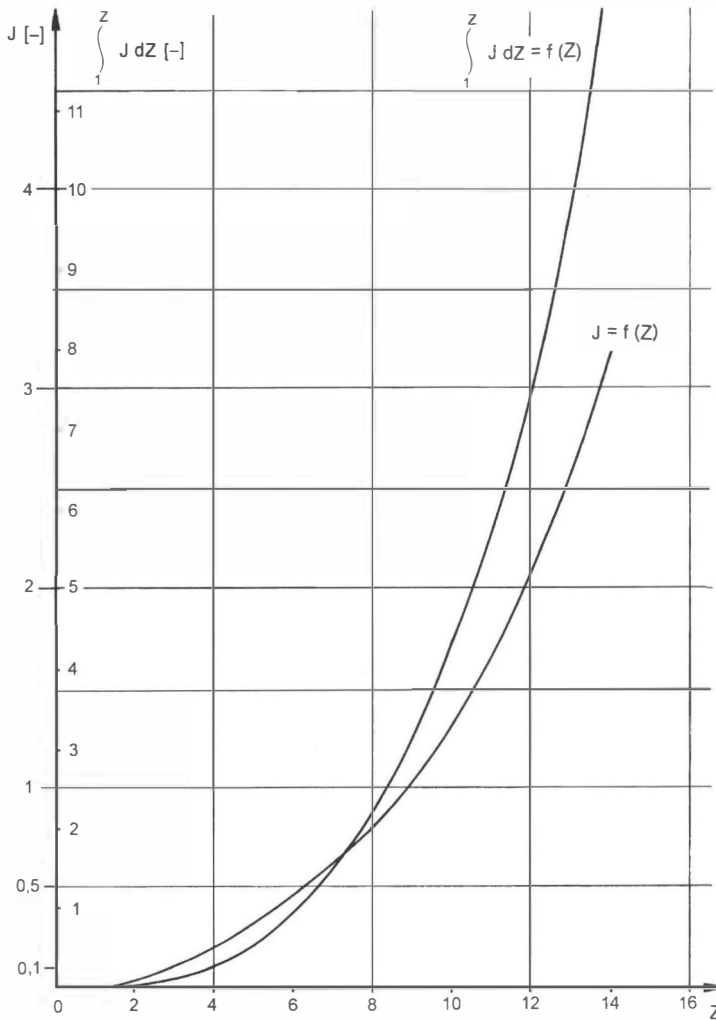


Bild 21. Grafische Integration der Gl. (36); Beispiel [62]

Beispiel 4

Gesucht: Ist Schließen des Frostkörpers möglich? Wenn ja, nach welcher Zeit?

Gefrierrohrabstand $D = 0,322 \text{ m} \rightarrow R = 0,161 \text{ m}$,

$v_{\text{GW}} = 1,4 \text{ m/d} = 1,162 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$, $n = 0,406$

$\lambda_w = 0,602 \text{ W/mK}$, $v_w = 1,79 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

übrige Werte aus Beispiel 1 bzw. 2

$X = 7,816$

$Y = 0,506$

$$Z = 0,161/0,0205 = 7,854$$

$$\beta = 2,504$$

Aus Nomogramm (Bild 17) $\rightarrow k^2 = 0,0433$

Konvektiver Wärmestrom:

$$\begin{aligned} W &= 0,99 \frac{2,0}{2 \cdot 0,0205} \left(\frac{0,602 \cdot 2 \cdot 0,0205 \cdot 1,62 \cdot 10^{-5}}{2,0 \cdot 1,79 \cdot 10^{-6} \cdot 0,406} \right)^{0,74} \\ &= 18,582 \quad \text{W/m}^2 \text{K} \end{aligned}$$

Proportionalitätsfaktor p

$$\begin{aligned} p &= \frac{-3,3 \cdot (-27,0) \exp(-2,504 \cdot 0,0433)}{2,0 \cdot 19,0 \exp(-2,504 \cdot 0,0433) - 1,294 \cdot 10^{-6} \cdot 1,36 \cdot 10^8 \cdot 0,0433 \operatorname{Ei}(-2,504 \cdot 0,0433)} \\ &= \frac{79,945}{34,095 - 7,620 \cdot \operatorname{Ei}(-0,1084)} \\ &= \frac{79,945}{34,095 - 7,620 \cdot (-1,7509)} = 1,686 \end{aligned}$$

Größtmögliche Frostkörperdicke bei $v_{\text{GW}} = 1,79 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$

$$Z_{\text{max}}^{0,74} \ln Z_{\text{max}} = \frac{-3,3 \cdot (-27,0) - 1,686 \cdot 2,0 \cdot 19 \cdot 0,3}{18,582 \cdot 19 \cdot 0,0205} = 7,98$$

Aus Iterationsrechnung folgt $Z_{\text{max}} = 7,98 > Z = 7,856$

$$\text{bzw. } R_{\text{max}} = 7,98 \cdot 0,0205 = 0,164 \text{ m}$$

$$\text{damit ist } R_{\text{max}} = 0,164 > \frac{1}{2} \cdot D = \frac{1}{2} \cdot 0,322 = 0,161$$

d.h. der Frostkörper kann geschlossen werden.

Berechnung der Schließzeit t_g

$$\begin{aligned} t_g &= \frac{1,36 \cdot 10^8 \cdot 0,0205}{18,582 \cdot 19,0} \cdot \int_1^{7,854} \frac{Z \ln Z}{\frac{-3,3(-27,0) - 1,686 \cdot 2,0 \cdot 0,3 \cdot 19}{18,582 \cdot 19 \cdot 0,025} - Z^{0,74} \cdot \ln Z} dZ \\ &= 7896,6 \cdot \int_1^{7,854} \frac{Z \ln Z}{9,655 - Z^{0,74} \cdot \ln Z} dZ \\ &= 7896,6 \cdot 32,39 = 2,558 \cdot 10^5 \text{ s} = 71,05 \text{ h} \end{aligned}$$

Zum Vergleich: Schließzeit im Versuch [52]: $t_g = 66,7 \text{ h}$

3.4 Klimatisch bedingte Frostausbreitung

Die klimatisch bedingte Eindringung von Frost in Boden ist nicht nur für die Bemessung frostsicherer Schichten unter Verkehrswegen, sondern z. B. auch für Stützmauern erforderlich. Ist innerhalb der Frosteindringungszone kein frostsicherer Boden hinterfüllt, so kann eine Stützwand durch Frostdruck – oftmals sukzessive über die Frostperioden vieler Jahre – verschoben oder verkippt und im Extremfall zum Einsturz gebracht werden.

Es handelt sich hierbei wieder um die Frostausbreitung durch eine ebene Wärmesenke (Stefan-Problem), die mit der Neumann-Lösung unter Zuhilfenahme der Nomogramme von *Ständer* ermittelt werden kann (s. Abschn. 3.3.1.2). Mit der sog. verbesserten Berggren-Formel [1] lässt sich die Frosteindringtiefe noch einfacher berechnen.

Während die Stefan-Lösung nur durch Schmelzwärme des Wassers, nicht jedoch die Abkühlwärme des gefrorenen Bodens berücksichtigt, werden diese in der modifizierten Berggren-Formel durch einen Korrekturfaktor K_B wie folgt erfasst.

Die Frosteindringtiefe X_F [m] beträgt:

$$X_F = K_B \cdot \left(\frac{172.800 \cdot \lambda \cdot FI}{\rho \cdot q_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (39)$$

mit

λ Wärmeleitfähigkeit als Mittelwert aus λ_1 und λ_2 [W/mK]

I Frostindex [°C-Tage]

$\rho \cdot q_s$ Schmelzwärme des Bodens [J/m³]

Der Frostindex FI ist die mittlere Tagestemperatur während der Frostperiode multipliziert mit der Anzahl der Tage der Frostperiode.

$$FI = \Theta_s \cdot t_F \text{ [°C-Tage]} \quad (40)$$

mit

Θ_s mittlere Tagestemperatur (über 24 Std.) während der Frostperiode [°C]

t_F Dauer der Frostperiode [Tage]

K_B ergibt sich aus Bild 22 [1] mit

$$\alpha = -\Theta_m / \Theta_s \quad (41)$$

Θ_m mittlere Jahrestemperatur [°C]

$$\mu = -\Theta_s \cdot c_1 / \rho \cdot q_s \quad (42)$$

Beispiel 5 (mit den Werten aus Beispiel 3)

Gesucht: Frosteindringtiefe X_F für eine Frosttemperatur von $-22,41$ °C über 165,5 h (Ergebnis aus Beispiel 3 für eine Frostwanddicke von $X_F = 0,50$ m)

$$\Theta_{II} = +19 \text{ °C}, \Theta_s = 22,41 \text{ °C} \rightarrow \alpha = 0,85$$

$$c_1 = 2,55 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3, \rho \cdot q_s = 1,36 \cdot 10^8 \text{ J/m}^3$$

$$\lambda = 2,65 \text{ W/mK}, t_F = 165,5 \text{ h} = 6,90 \text{ Tage}$$

$$\mu = -22,41 \cdot 2,55 \cdot 10^6 / 1,36 \cdot 10^8 = 0,42$$

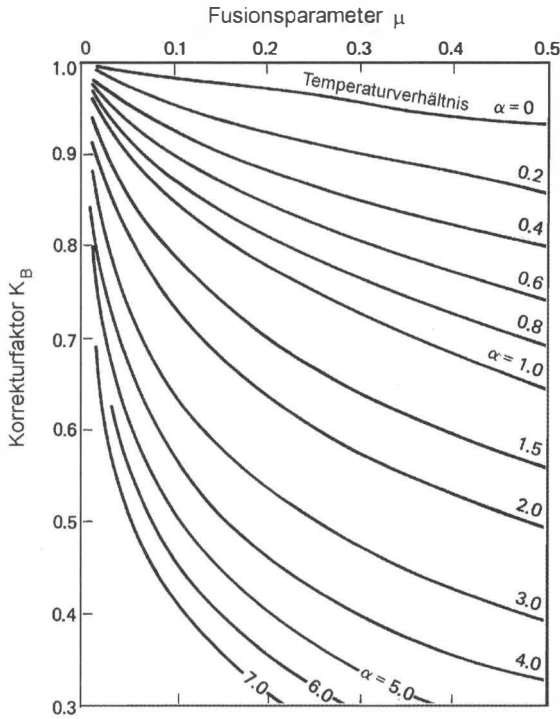


Bild 22. Korrekturfaktor K_B in der verbesserten Berggren-Formel [2]

aus Bild 22 folgt

$$K_B = 0,71$$

und die Frosteindringtiefe X_F

$$X_F = 0,71 \cdot \left(\frac{172800 \cdot 2,65 \cdot 22,41 \cdot 6,90}{1,36 \cdot 10^8} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,51 \text{ m}$$

Das Ergebnis bestätigt sehr gut die Frostwandberechnung nach [60] in Beispiel 3.

Die Frosteindringung in Boden unter bzw. hinter Betonplatten kann in Abhängigkeit vom Frostindex sowie von Dichte und Wassergehalt des Bodens aus Bild 23 [2] abgeschätzt werden.

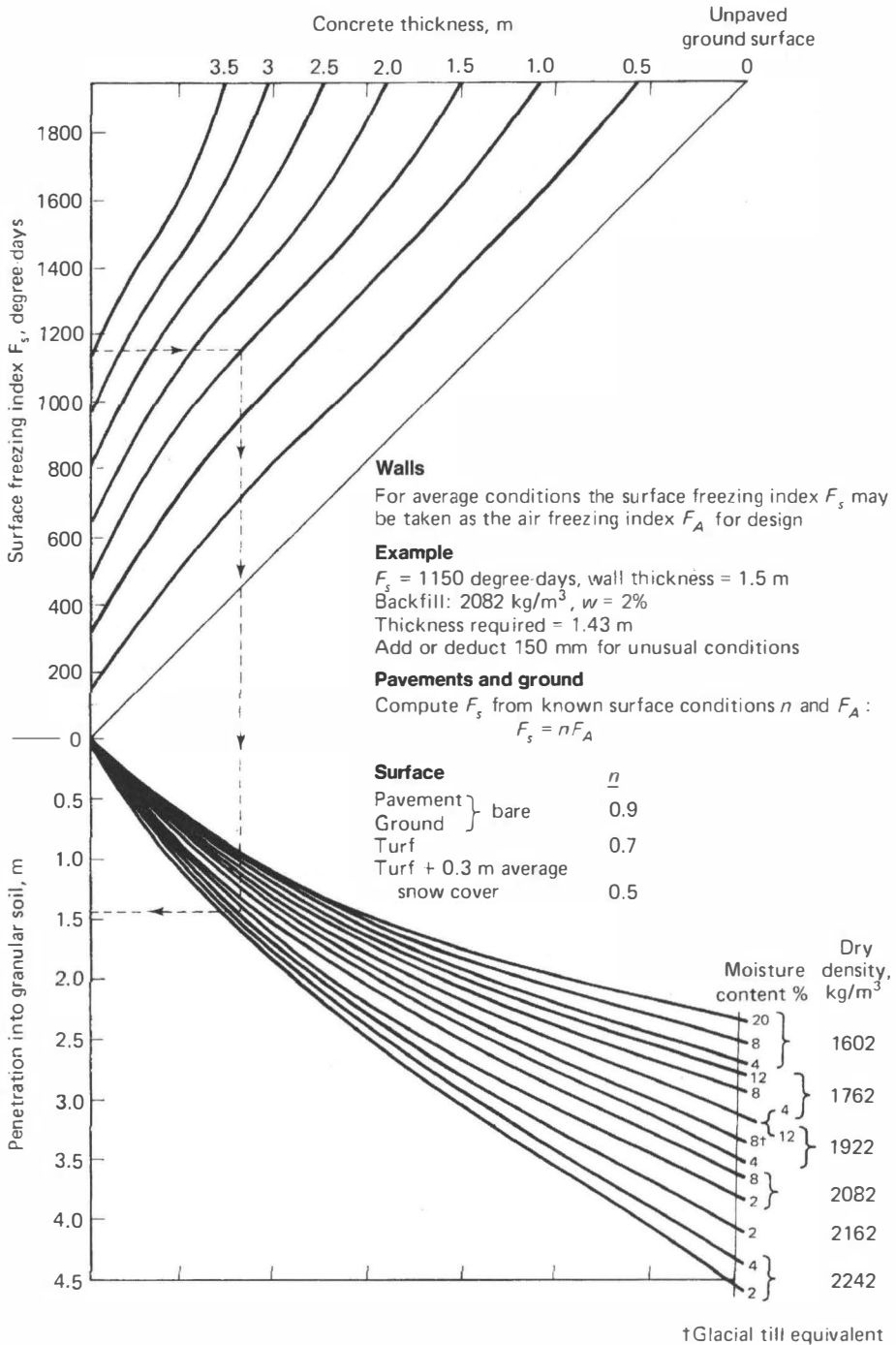


Bild 23. Frosteindringung durch Beton in körnige Böden und Auffüllungen [2]

3.5 Kontrolle der Frostausbreitung

Ein Frostkörper erfüllt seinen Zweck nur dann, wenn er die planmäßige Größe (z. B. bei Abdichtung) hat und an jeder Stelle mindestens auf die planmäßig angesetzte Temperatur herabgekühlt ist. Dies muss durch Kontrollen überprüft werden.

Eine direkte Kontrolle des Temperaturfeldes im Frostkörper erfolgt durch Temperaturmessungen. Hierfür werden an geeigneten Stellen Temperaturfühler bzw. meist Temperaturmessrohre mit einer Kette von Temperaturfühlern in den Untergrund eingebracht. Die Messrohrposition richtet sich nach den signifikanten Stellen im Frostkörper, aber meist auch nach der Zugänglichkeit. Nach den Gesetzen der Wärmebilanz lässt sich – bei hinreichender thermischer Homogenität des Untergrundes – mit einzelnen Messpunkten das Temperaturfeld auch in einer gewissen Entfernung von den Messpunkten kontrollieren. Zur Festlegung von Temperaturgrenzwerten wird ein bezüglich der Abkühlung gerade ausreichendes Temperaturfeld vorherberechnet und hieraus die Temperatur an den einzelnen Messfühlerpositionen bestimmt. Diese stellen dann Temperaturgrenzwerte während der Nutzung dar.

Eine wesentliche Voraussetzung ist die den Berechnungen i. d. R. zugrunde liegende Annahme, dass jedes Gefrierrohr mit gleicher Leistung oder Temperatur dem Boden Wärme entzieht. Dies ist dadurch zu kontrollieren, dass in jeder Gefrierrohrgruppe (diese kann auch mehrere hintereinander geschaltete Gefrierrohre umfassen) die Kältemitteldurchflussmenge sowie die Rücklauftemperatur kontrolliert werden. Werden Gefrierrohre oder Gefrierrohrgruppen parallel geschaltet, so ist in jedem einzelnen Rohr bzw. jeder Rohrgruppe zumindest eine Rücklauftemperaturmessung erforderlich, weil andernfalls der Ausfall einzelner Gefrierrohre (z. B. durch Verstopfungen oder Lecks) nicht erkannt werden könnte. Damit wäre die Stetigkeit der Abkühlung gestört und somit das errechnete Temperaturfeld aus einzelnen Messpunkten nicht mehr ableitbar.

Bei Linienbauwerken (wie z. B. Gefriertunneln) ordnet man in einzelnen Querschnitten mehrere Temperaturmessrohre an, die innerhalb des Querschnitts das Temperaturfeld hinreichend umfassend kontrollieren. An geeigneten Stellen werden zusätzlich Messrohre in Tunnelängsrichtung angebracht, die eine ausreichende Gleichmäßigkeit längs der Tunnelachse kontrollieren und damit die Übertragbarkeit der Messungen in den Temperaturquerschnitten auf die Bereiche dazwischen ermöglichen.

Während der Nutzungsdauer eines Frostkörpers können sich die thermischen Randbedingungen ändern. Dies ist z. B. regelmäßig bei Gefriertunneln der Fall, die zunächst im vollen Querschnitt gefroren werden, nach dem Ausbruch aber einem erhöhten Wärmeeintrag an der Innenseite durch abbindenden Beton sowie die durch Bewetterung bewegte Luft unterliegen. Damit verändern sich das Temperaturfeld und mit ihm die Temperatursollwerte an den Messpunkten. Die einzelnen Bauphasen müssen deshalb mit ihren jeweiligen thermischen Randbedingungen und den hieraus zeitabhängig folgenden Veränderungen im Temperaturfeld rechnerisch simuliert werden, um daraus die Temperatursollwerte, erforderlichenfalls auch zeitabhängig, zu ermitteln. Bei thermisch einigermaßen homogenem Untergrund kann der dabei sich ergebende Verlauf mit ausreichender Genauigkeit vorhergesagt werden, wie der Vergleich von den vorherberechneten Grenztemperaturen und den tatsächlich gemessenen Temperaturen in Bild 24 von einer Tunnelbaustelle zeigt.

Die Möglichkeit, das Temperaturfeld aufgrund der Gesetze der Wärmebilanz in einer gewissen Umgebung der Messpunkte zu kontrollieren, ist ein wesentlicher Grund für die hohe Sicherheit und Zuverlässigkeit des Gefrierverfahrens auch unter schwierigen Randbedingungen. Erhöhte Vorsicht ist jedoch bei strömendem Grundwasser geboten, da hier die Berechnungen zwangsläufig weniger zuverlässig sind. Während das Schließen des Frost-

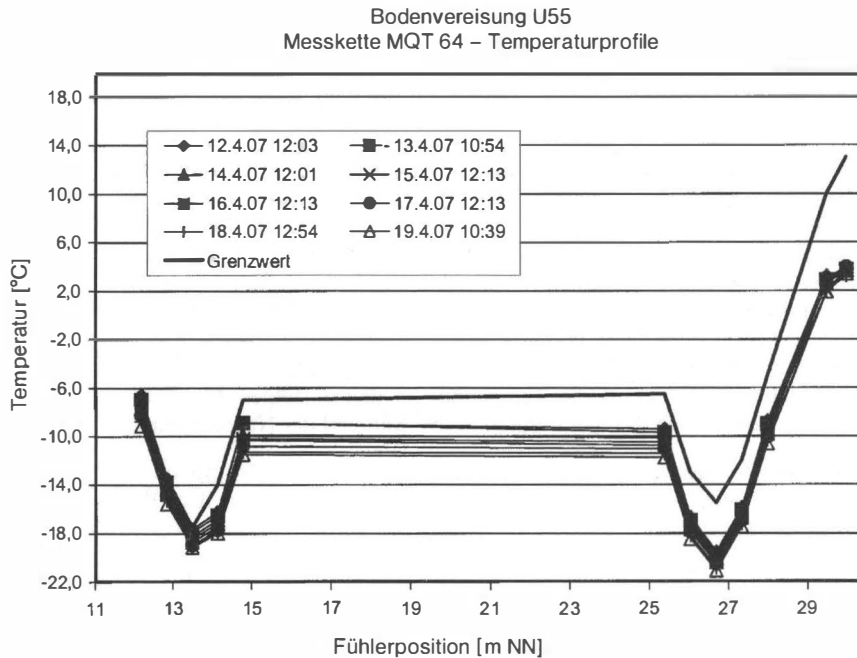


Bild 24. Berechnete Grenztemperaturen und Messergebnisse in einem Frostkörper

körpers und damit das Unterbinden des Grundwasserstroms innerhalb eines Frostkörpers nicht nur am Temperaturverlauf, sondern auch durch Wasserstands- oder Wasserdruckmessungen überprüft werden kann, ist der Einfluss des außen an einem Frostkörper entlang fließenden Grundwassers nur mit geringer Genauigkeit zu berechnen. In derartigen Bereichen sind deshalb vermehrt Temperaturfühler anzuordnen.

Die Temperaturwerte sind in regelmäßigen Abständen (bei den heute speicherbaren Datenmengen meist jede halbe Stunde oder Stunde) zu erfassen und zu speichern. Die Daten sind auf der Baustelle sofort automatisch hinsichtlich der Überschreitung der vorgegebenen Grenzwerte zu überprüfen. Bei Verletzen der vorgegebenen Grenzwerte wird automatisch ein Alarm ausgelöst und (z. B. über Mobilfunk) an fachkundige Personen übertragen. Diese müssen innerhalb einer auf die jeweilige Baustelle abgestimmten Reaktionszeit auf der Baustelle eintreffen und erforderliche Maßnahmen ergreifen können.

4 Mechanisches Verhalten gefrorener Böden

4.1 Grundlagen

Gefrorener Boden ist ein Vier-Phasen-Gemisch aus Mineralpartikeln, Eis, Wasser und Luft. Die Anteile der Komponenten hängen ab von Mineralart, Partikelverteilung und -form, Lagerungsdichte, Wassergehalt und in geringem Maße vom Spannungszustand. Neben dem Eis ist auch bei Temperaturen unter 0 °C ungefrorenes Wasser vorhanden, das durch Oberflächenkräfte an die Mineralkörner gebunden ist und ungefrorene Wasserhüllen bildet

(s. Abschn. 3.2.2). Die Wasserhüllen sind entlang den Partikeln relativ leicht verschieblich, quer dazu aber sehr fest gebunden. Es kommt deshalb nicht zu einer Ablösung des Poreneises von den Mineralpartikeln, sodass das Poreneis zusammen mit dem Partikelverband verformt wird und damit auch seinen Verformungswiderstand auf die Mineralpartikel überträgt.

Die Festigkeit gefrorenen Bodens ist größer als die Summe der anteiligen Festigkeiten seiner Bestandteile Mineralpartikel und Eis, weil die Komponenten auf vielfältige Art zusammenwirken:

- Das Poreneis behindert die Verformung des Korngerüsts. Die Mineralpartikel sind wesentlich steifer als das Eis, sodass sich die Verzerrungen im Eis konzentrieren. Damit sind die Verformungen dort größer als die mittleren Verformungen des Bodens, Gleiches gilt für die Verformungsgeschwindigkeiten.
- Die Reaktionskräfte aus der Verformungsbehinderung können die Reibung an den Kornkontakten steigern.
- Die Dilatation des Korngerüsts wird durch Zugspannung zwischen Eis und Mineralpartikel erschwert.
- Die Mineralpartikel behindern das Wachsen von Rissen in der Eismatrix.

Durch das Poreneis wird der Boden verkittet und erhält damit eine temperatur-, spannungs- und zeitabhängige Kohäsion. Gefrorener Boden kann deshalb als „Eisbeton“ angesehen werden. Die Festigkeitsanteile aus der Eisverkittung und Reibung hängen stark vom Sättigungsgrad wie auch vom Spannungszustand ab und werden i. d. R. bei unterschiedlichen Dehnungsbeträgen mobilisiert (Näheres s. Abschn. 4.2.2).

Die wesentlichen Einflüsse auf die Festigkeit gefrorener Böden sind:

- die Bodenart, dabei insbesondere die Mineralart und Kornverteilung (Bild 25);
- die Lagerungsdichte sowie der Wassergehalt bzw. Sättigungsgrad (Bilder 26 und 27);
- der Chemismus des Minerals und vor allem des Grundwassers. Insbesondere Salz erniedrigt den Gefrierpunkt des Wassers bis zur sog. eutektischen Temperatur. Diese liegt für NaCl bei $-21,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ und für CaCl_2 bei $-51\text{ }^{\circ}\text{C}$. Bei höheren Temperaturen sind je nach Konzentration ein Gemisch aus Sole und Eis, reine Sole oder Salz und Sole vorhanden. Unterhalb der eutektischen Temperatur kristallisiert das Salz in der Sole, sodass sich der gefrorene Boden dann ähnlich wie salzfreier Boden verhält, jedoch bei nach unten

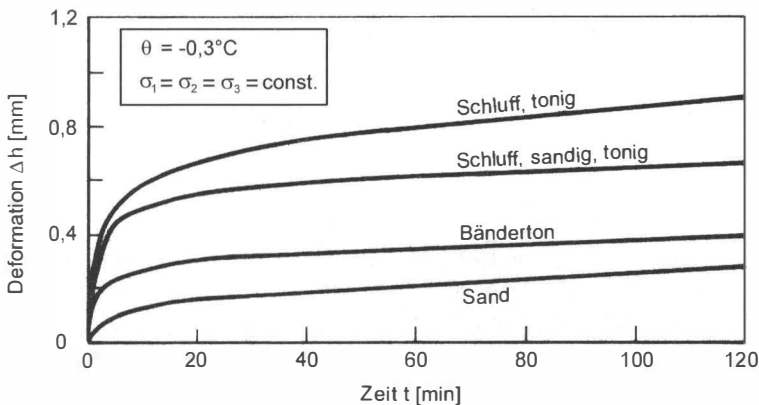


Bild 25. Kriechkurven verschiedener Böden [63]

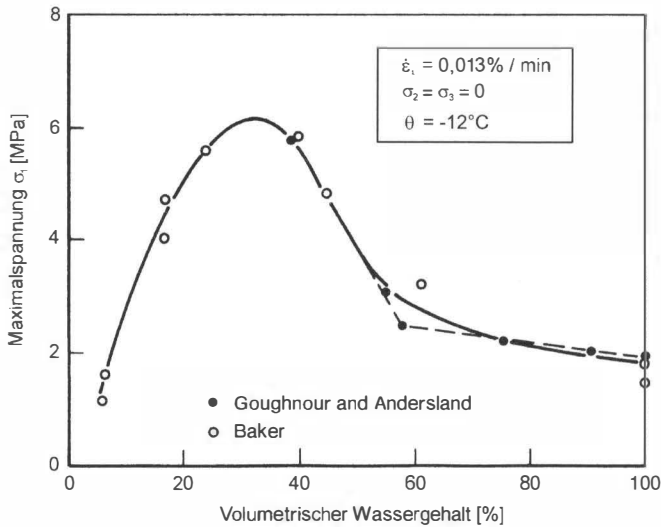


Bild 26. Maximalspannung in weggesteuerten Versuchen, abhängig vom Wassergehalt, Feinsand [6]

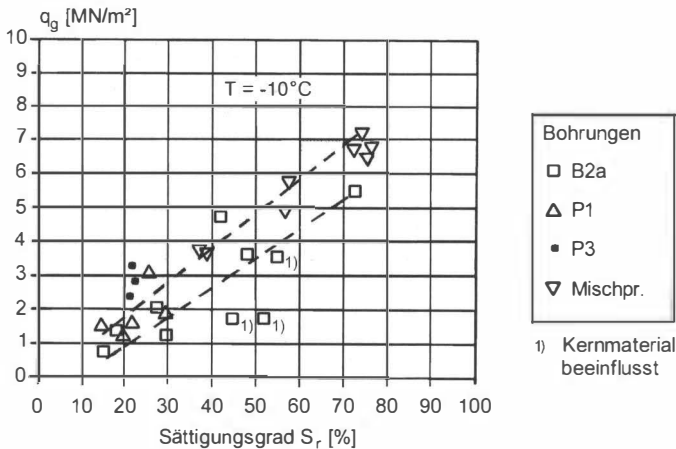


Bild 27. Einaxiale Druckfestigkeiten von Proben des Kies-Sand-Bereichs ($T = -10^\circ\text{C}$) in Abhängigkeit vom Sättigungsgrad [8]

verschobener Temperatur. In Bild 28 ist der Einfluss des Salzgehalts auf die Druckfestigkeit von Feinsandproben für verschiedene Salzgehalte dargestellt. Die Salzkonzentration von 30 ‰ entspricht dabei etwa derjenigen von Meerwasser.

Die o.g. Einflussgrößen sind innerhalb einer Baustelle bzw. innerhalb einer Bodenschicht oft konstant, sodass sich eine systematische Untersuchung für praktische Projekte erübrigt. Variabel und dementsprechend von unmittelbarer Bedeutung für die Deformation von gefrorenen Körpern sind jedoch die Einflussparameter

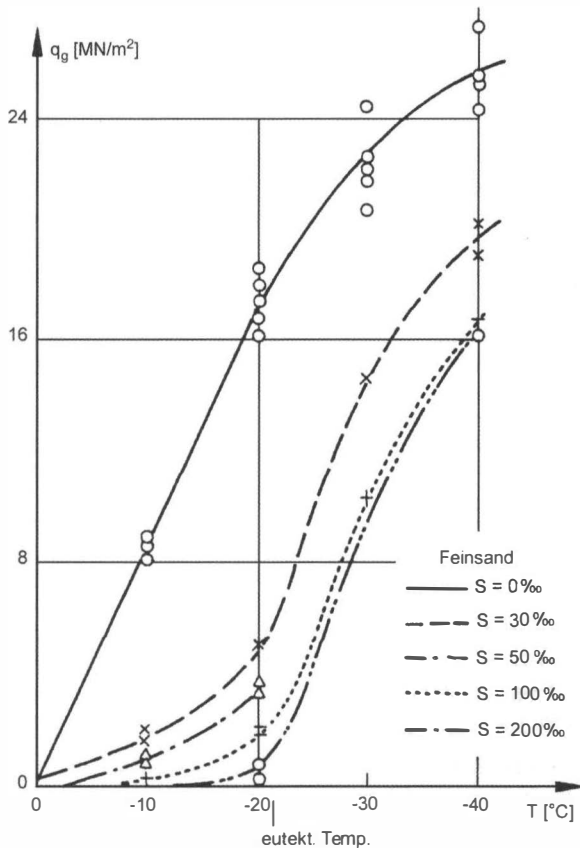


Bild 28. Einfluss von Temperatur und Salinität auf die einaxiale Druckfestigkeit von gefrorenem Boden [29]

- Temperatur, da sich innerhalb eines Frostkörpers von der kältesten Zone nahe den Gefrierrohren bis zu dessen Rand ein räumliches und zumindest in der Einfrierphase auch zeitlich variables Temperaturfeld einstellt;
- Standzeit des Frostkörpers, nachdem der Frostkörper aufgrund seiner Viskoplastizität auch unter konstanter Spannung Kriechverformung erfährt (s. Abschn. 4.2);
- Spannungsänderung durch Relaxation;
- Spannungszustand und -verteilung, diese stehen in Wechselwirkung mit den Deformationen von Frostkörpern und sind deshalb von maßgeblichem Einfluss.

4.2 Deformationsverhalten gefrorener Böden

Die Festigkeit und die Steifigkeit gefrorener Böden werden maßgeblich durch das Poreneis bestimmt. Dieses liegt polykristallin, d. h. als Kristallkörper mit einzelnen, in sich homogenen kristallinen Körnern (Kristallite) vor. Kristallite können in bestimmten Temperatur- und Geschwindigkeitsbereichen verformt werden, ohne dass das Kristallgitter zerstört wird. Dabei wechseln einzelne Atome oder Moleküle ihren Platz im Kristallgitter, dies geschieht besonders leicht im Bereich von Gitterfehlern, weil dort innere Spannungsfelder den Kristall schwächen. Daneben treten Versetzungen in Kristallen durch die Diffusion einzelner Atome oder Moleküle durch die Kristalle sowie an Kristallkorngrenzen auf. Beide Vorgänge laufen

nebeneinander ab, wegen der unterschiedlichen Abhängigkeit von Spannung und Temperatur dominiert meist einer davon. Dabei können Verformungen in Eis nur bei Deviatorspannungen unterhalb von $\sqrt{\Pi_s} \approx 1 \text{ MPa}$ durch Diffusion beschrieben werden, darüber dominiert das Versetzungskriechen.

Relaxationsversuche haben auch an gefrorenem Sand die verschiedenen Verformungsmechanismen bei unterschiedlichen Spannungen bestätigt [48].

Die mechanischen Eigenschaften von Kristallen hängen stark von der Bindungsart seiner Kristallbausteine ab. In Eis werden die Wassermoleküle durch die relativ feste und orientierte Dipolbindung sowie die Wasserstoffbrückenbindung zusammengehalten. Demgegenüber sind die Molekülbindungen bei der nicht orientierten Metallbindung wie auch bei der nicht orientierten Ionenbindung in Salzen weniger fest und führen bei gleicher homologer (d. h. auf den Schmelzpunkt bezogener) Temperatur zu einer erheblich größeren Bildsamkeit als bei Eis.

Die Verformungsvorgänge bedürfen einer treibenden Kraft am jeweiligen Kristall, die durch äußere Spannung entsteht. Thermische Schwingungen helfen bei der Bewegung, deswegen hängt die Häufigkeit der Platzwechselvorgänge von der auf die Kristalle wirkenden Spannung und der Temperatur ab. *Prandtl* hat 1928 aufgrund statistischer Betrachtungen die Häufigkeit von Platzwechseln in Abhängigkeit von Spannung und Temperatur mathematisch formuliert [54].

Gefrorene Böden werden bereits bei kleinen und kleinsten deviatorischen Spannungen zeitabhängig verformt, wie sich sowohl aus Kriechversuchen [33, 48] wie auch Relaxationsversuchen [48] ableiten lässt. Eis und damit gefrorener Boden sind (außer bei Reibungsmobilisierung durch triaxiale Spannung) deshalb im mechanischen Sinne zähe Flüssigkeiten.

Ein weiterer Verformungsanteil resultiert aus der Elastizität gefrorener Böden. Diese führt zu einer Sofortverformung bei einer Belastung, die allerdings meist klein im Vergleich zu den dann einsetzenden Kriechverformungen ist. An gefrorenen Sandproben mit -10 °C wurden unter sehr kurzdauernden, für nennenswerte Kriechverformungen nicht ausreichend lang dauernden Lastzyklen Elastizitätsmodule von ca. 3000 MPa bei Erstbelastung und 4000 bis 5500 MPa bei mehrmaligen Wiederbelastungen gemessen [48].

Über das mechanische Verhalten gefrorener Böden liegt eine große Anzahl von Veröffentlichungen vor, deren Ergebnisse jedoch wegen unterschiedlicher Randbedingungen nur begrenzt vergleichbar sind. Neben der Bodenart, dem Zustand sowie den Temperaturen sind auch unterschiedliche Versuchsrandbedingungen wie Schlankheit (Höhen-Durchmesser-Verhältnis) und Endflächenschmierungen der untersuchten Proben von Einfluss auf die Ergebnisse. Bei sog. Elementversuchen ist eine möglichst homogene Verformung erwünscht. Üblicherweise variieren die Schlankheiten der Proben zwischen 1,0 und ca. 2,5. Nach eigenen Erfahrungen liefern gedrungene Proben mit einer Schlankheit nahe 1 besser produzierbare Ergebnisse, da Stabilitätsversagen wie Knicken seltener eintritt. Allerdings erfordert eine geringe Schlankheit eine sorgfältige Endflächenschmierung zur weitgehenden Ausschaltung von Schubspannungen am Rand, weil sonst kein homogener Spannungszustand herrscht. Wesentlich ist ferner eine ausreichend kleine Deformationsgeschwindigkeit, auch in weggesteuerten Versuchen, weil andernfalls je nach Temperatur und Bodenart ein sprödebruchartiges Versagen eintreten kann. Insgesamt sind die Anforderungen an die Versuchstechnik sowohl bezüglich der Steuerung als auch der Messung hoch und gehen in mehrfacher Hinsicht über die von normalen Baustoffprüfgeräten erfüllbaren hinaus. Wichtig ist ferner die genaue Einhaltung der Versuchstemperatur während der gesamten, manchmal Tage oder Wochen dauernden Versuche.

4.2.1 Einaxiale Spannungen

Das Deformationsverhalten gefrorener Böden wird überwiegend in Versuchen mit einaxialen Spannungen untersucht. Für die meisten praktischen Aufgaben ist dies ausreichend, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird.

Zur Beschreibung des Kriechverhaltens in Abhängigkeit von Spannung und Temperatur existiert eine Vielzahl phänomenologischer Ansätze ([33, 63, 56] u.v.a.), die oftmals auf Potenz- oder Exponentialansätzen, teilweise auch additiv verknüpft, basieren. Diese Ansätze können den ersten Teil der Kriechkurven meist bei konstanter Temperatur zutreffend beschreiben, geben aber lediglich die Ergebnisse von Messungen wieder, sodass eine Verallgemeinerung auf andere Fälle nicht möglich ist. Weiterhin liefern diese Ansätze keine Information über das Versagen und damit über die Standsicherheit des gefrorenen Bodens. Oftmals wird aus dehnungsgesteuerten Versuchen mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit eine Bruchspannung abgeleitet, die jedoch wegen der hohen Deformationsrate im Versuch sowie wegen der für praktische Zwecke zu hohen Dehnung beim Spannungsmaximum mit heuristisch gewählten Faktoren abgemindert werden muss.

Physikalisch begründete Ansätze basieren auf der Theorie thermisch aktivierter Platzwechsel [54] in den Kristallen, die sich auf das makromechanische Verhalten von Eis und letztlich auch von Böden übertragen lassen. Da die mathematischen Grundbeziehungen in der Kristallmechanik theoretisch abgeleitet und die zugrunde gelegten Modelle durch Versuchsergebnisse gut betätigt sind, lässt sich damit das mechanische Verhalten auch von gefrorenen Böden aus einer begrenzten Anzahl von Versuchen ableiten und in gewissen Grenzen auf andere Fälle als die untersuchten verallgemeinern.

Gefrorene Bodenproben werden in sog. dehnungsgesteuerten Versuchen (i.d.R. mit konstanter Deformationsgeschwindigkeit) und in Kriechversuchen mit konstanter Spannung untersucht. In Bild 29 sind die einaxialen Spannungen an Proben aus gefrorenem Sand bei -10°C für verschiedene Verformungsgeschwindigkeiten $\dot{\epsilon}_1$ wie auch verschiedene Temperaturen Θ dargestellt. Danach ist die Druckfestigkeit umso höher, je schneller die Probe verformt wird und je niedriger ihre Temperatur ist, was sich auch aus mikromechanischen Betrachtungen [54] ergibt.

In Kriechversuchen verformt sich gefrorener Boden zunächst mit abnehmender, ab einem bestimmten Punkt aber mit zunehmender Geschwindigkeit, wie die Kriechkurven sowie

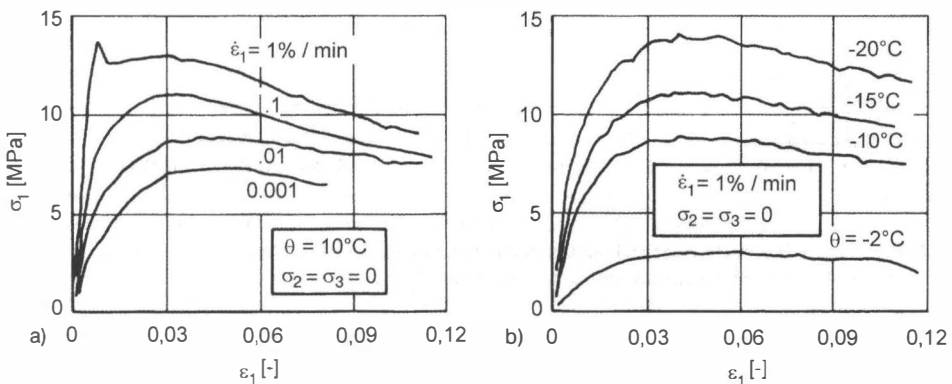


Bild 29. Arbeitslinien aus weggesteuerten Einaxialversuchen; a) verschiedene $\dot{\epsilon}_1$, b) verschiedene Θ [48]

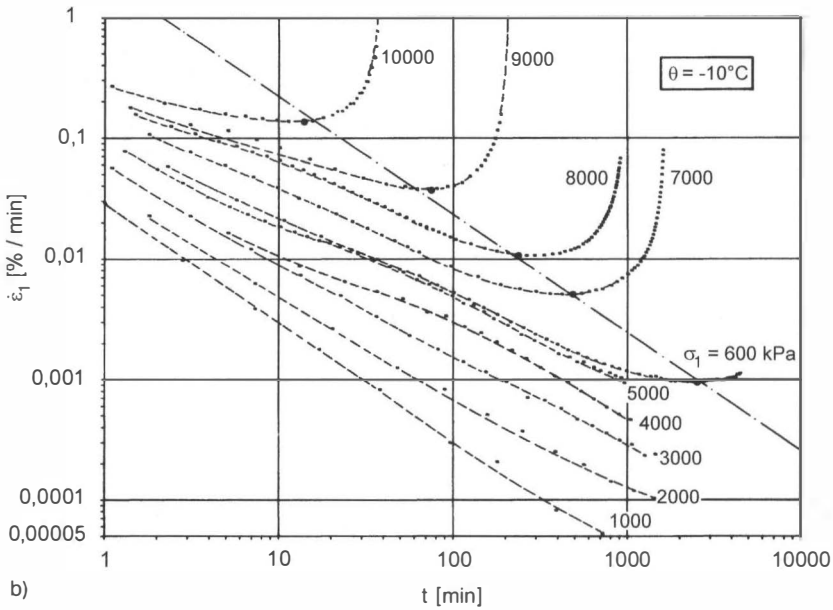
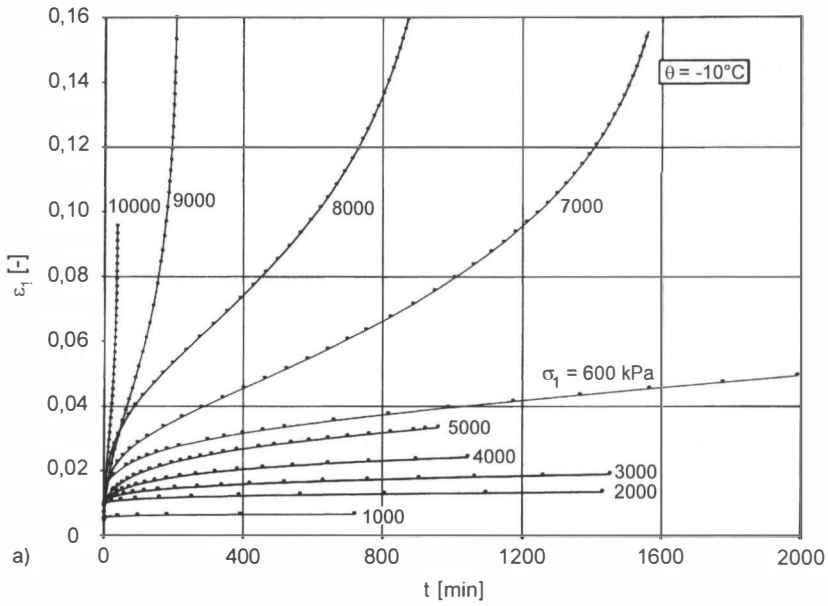


Bild 30. Einaxiale Kriechversuche an gesättigtem Mittelsand bei -10°C [48];
a) Dehnung ϵ_1 , b) Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_1$ über der Zeit t

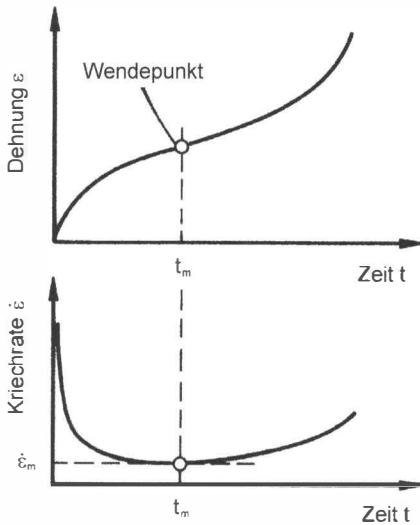


Bild 31. Festlegung von t_m und $\dot{\epsilon}_m$ in Kriechversuchen [48]

darunter die Kriechgeschwindigkeitskurven von gefrorenem Sand bei -10°C zeigen (Bild 30). Der Kriechverlauf mit abnehmender und später wieder zunehmender Kriechgeschwindigkeit ist die Folge einer Verfestigung durch Bewegungsblockierungen in den Kristallen und einer zunehmenden Entfestigung durch Mikrorissbildung zwischen den Kristalliten. Der Übergang verläuft bei manchen Bodenarten sehr langsam, weshalb in älterer Literatur vielfach eine sog. sekundäre Kriechphase mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit dargestellt wird. Dies ist jedoch die Folge von Streuungen in den Messungen, welche den exakten Wendepunkt der Kriechkurve verwischen. Dass ein Material einen völlig stationären Deformationsverlauf zeigt, nach einer bestimmten Zeit aber in einen instationären Zustand übergeht, wäre auch physikalisch nicht begründbar.

Zur Charakterisierung des Einflusses von Spannung und Temperatur auf das Kriechverhalten hat sich der Wendepunkt der Kriechkurve als zweckmäßig erwiesen, der durch die minimale Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ zum Zeitpunkt t_m definiert ist (Bild 31). Da sich ab diesem Moment die Verformung wieder beschleunigt und schließlich zum Bruch führt, wird t_m im Folgenden als Standzeit bezeichnet.

Die an Kriechversuchen mit gefrorenem Sand ermittelte Abhängigkeit der minimalen Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ von der Spannung und Temperatur ist in Bild 32 dargestellt.

Die Charakterisierung der Kriechkurven durch t_m bzw. $\dot{\epsilon}_m$ ist dadurch möglich, dass

- die Kriechgeschwindigkeitskurven ähnlich sind, d. h. dass sie sich nur im Zeitmaßstab, nicht jedoch in ihrem qualitativen Verlauf unterscheiden und sie sich deshalb mit $\dot{\epsilon}_m$ und t_m normieren lassen (Bild 33) und
- die Dehnungen am Wendepunkt annähernd konstant sind, sodass aufgrund der einheitlichen Kriechgeschwindigkeitskurven sich auch ähnliche Kriechkurven ergeben (Bild 34).

Aus der Ähnlichkeit der Kriechverläufe ergibt sich ferner das wichtige Ergebnis:

$$\dot{\epsilon}_m \cdot t_m = \text{const.} \quad (43)$$

Damit lässt sich aus einer gemessenen minimalen Kriechgeschwindigkeit die für die Praxis meist wichtigere Standzeit t_m berechnen.

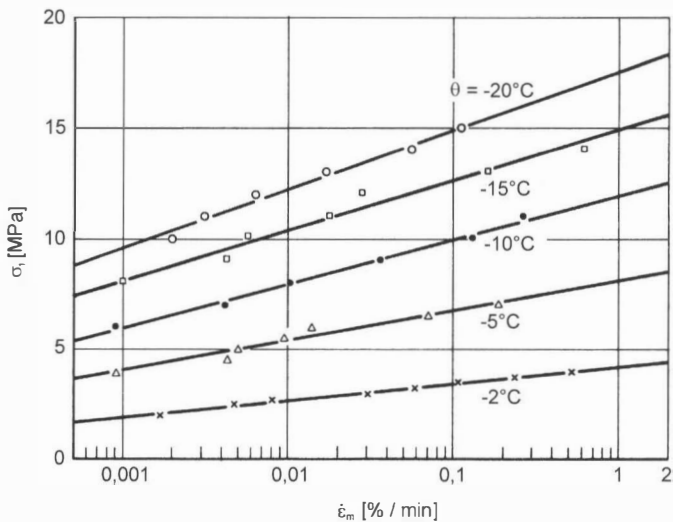


Bild 32. Axialspannung über der maximalen Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ (Einaxialversuche an gesättigtem Mittelsand) [48]

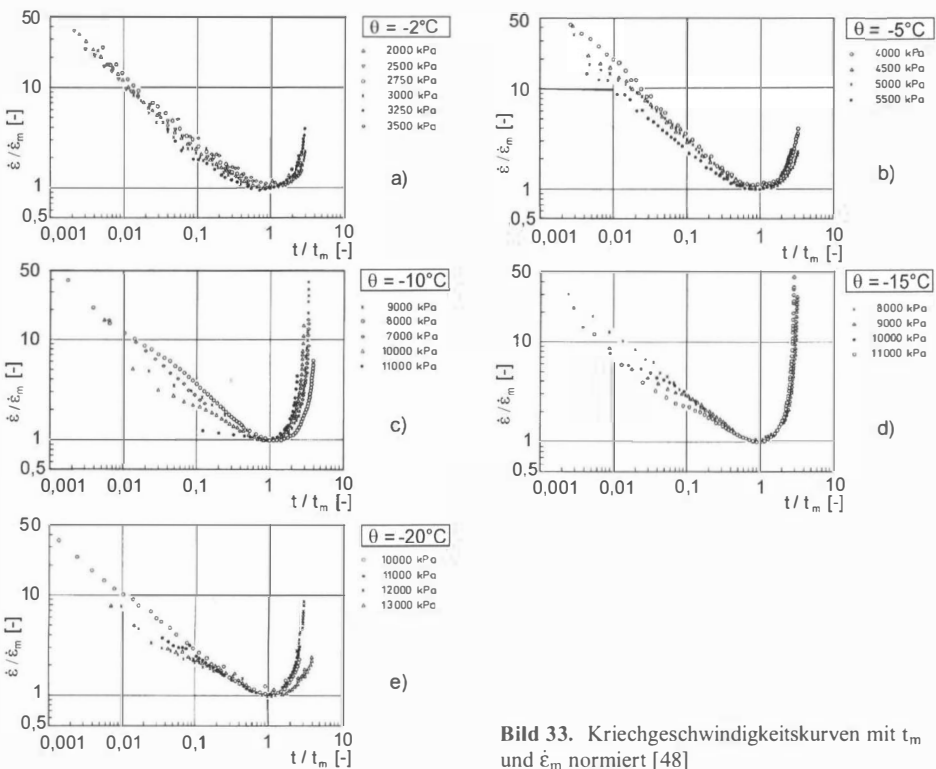


Bild 33. Kriechgeschwindigkeitskurven mit t_m und $\dot{\epsilon}_m$ normiert [48]

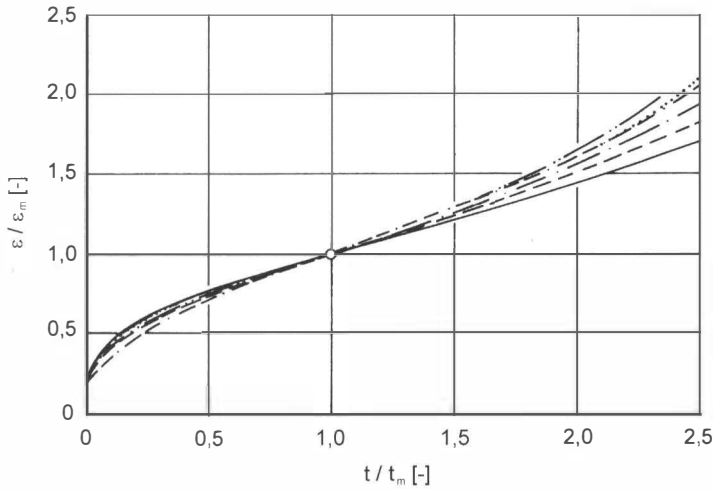


Bild 34. Kriechkurven von Einaxialversuchen mit t_m und ϵ_m normiert [48]

Der in Bild 32 dargestellte Zusammenhang lässt sich mit der aus der Berechnung thermisch aktivierter Platzwechsel abgeleiteten Beziehung

$$\ln(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_\alpha) = \left(\frac{K_1}{T} + K_2\right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_\alpha(T)} - 1\right) \quad (44)$$

bzw.

$$\dot{\epsilon}(\sigma, T) = \dot{\epsilon}_\alpha \exp \left[\left(\frac{K_1}{T} + K_2 \right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_\alpha(T)} - 1 \right) \right] \quad (45)$$

beschreiben.

Darin sind:

- $\dot{\epsilon}_\alpha$ eine frei gewählte Bezugsverformungsgeschwindigkeit
- T die absolute Temperatur [K]
- $\sigma_\alpha(T)$ diejenige Spannung, die bei der jeweiligen Temperatur T zur Bezugsverformungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_\alpha$ führt und damit die Temperaturabhängigkeit charakterisiert
- K_1 eine physikalisch deutbare Größe mit der Einheit [K] und
- $K_2 = \ln \dot{\epsilon}_\alpha$

Die Eingangswerte können mit wenigen Versuchen ermittelt werden:

K_2 ergibt sich aus dem frei gewählten $\dot{\epsilon}_\alpha$, K_1 wird aus zwei Versuchen (oder mehr) mit variierenden σ bzw. $\dot{\epsilon}$ bei der gleichen Temperatur mit

$$A(T) = \Delta\sigma / \Delta \ln(\dot{\epsilon}_m) \quad (46)$$

$$\text{zu } K_1 = T \left(\frac{\sigma(T)}{A(T)} - \ln \dot{\epsilon}_m \right) \quad (47)$$

bestimmt und

$$\sigma_{\alpha}(T) = A(T) \cdot \left(\frac{K_I}{T} + \ln \dot{\epsilon}_{\alpha} \right) = \frac{\sigma}{\frac{K_I}{T} + \ln \dot{\epsilon}_m} \left(\frac{K_I}{T} + \ln \dot{\epsilon}_{\alpha} \right) \quad (48)$$

aus Versuchen bei verschiedenen Temperaturen errechnet.

Im nachfolgenden Beispiel [48] werden die Eingangsgrößen aus fünf Kriechversuchen ermittelt (Tabelle 4).

Tabelle 4. Versuchsergebnisse aus einaxialen Kriechversuchen [48]

Nr.	Versuchswerte		Messwerte		C
	θ [°C]	σ [kPa]	$\dot{\epsilon}_m$ [%/min]	t_m [min]	Gl. (43)
1	-5	5000	$4,963 \cdot 10^{-3}$	552,7	0,0274
2	-10	6000	$9,0183 \cdot 10^{-4}$	2534,4	0,0229
3	-10	10000	0,13194	16,1	0,0212
4	-15	11000	$1,752 \cdot 10^{-2}$	123,5	0,0216
5	-20	12000	$6,361 \cdot 10^{-3}$	356,5	0,0268

Als Mittelwert ergibt sich $\bar{C} = \epsilon_m \cdot t_m = 0,024$

- Wahl der Bezugsgeschwindigkeit:

$$\dot{\epsilon}_{\alpha} = 1\% / \text{min}$$

- A (T) bei $T = 263,4 \text{ K}$ ($\triangle -10 \text{ °C}$) aus den Versuchen 2 und 3 mit Gl. (46):

$$A(263,4 \text{ K}) = \frac{10000 - 6000}{\ln 0,13194 - \ln 9,0183 \cdot 10^{-4}} = 802,3 \text{ kPa}$$

- K_I aus Gl. (47) mit σ und $\dot{\epsilon}_m$ aus Versuch 2

$$K_I = 263,4 \left(\frac{6000}{802,3} - \ln 9,0183 \cdot 10^{-4} \right) = 3817 \text{ [K]}$$

- Bestimmung der Funktion $\sigma_{\alpha}(T)$, hierzu zuerst A(T) nach Umformung von Gl. (48) bei

$$\theta = -5 \text{ °C} \triangle T = 268,4 \text{ K}$$

$$A(268,4 \text{ K}) = \frac{5000}{\frac{3817}{268,4} + \ln 4,963 \cdot 10^{-3}} = 561 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\alpha}(268,4 \text{ K}) = 561 \left(\frac{3817}{268,4} + 0 \right) = 7977 \text{ kPa}$$

Die berechneten $\sigma_{\alpha}(\theta)$ (s. Tabelle 5) werden nun nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate korreliert. Bei der kleinen Werteanzahl genügt ein Taschenrechner zur Berechnung

Tabelle 5. σ_α -Werte für alle Temperaturen

θ [°C]	T [K]	A [kPa]	σ_α [kPa]
-5	268,4	561	7977
-10	263,4	802	11622
-15	258,4	1025	15153
-20	253,4	1199	18065

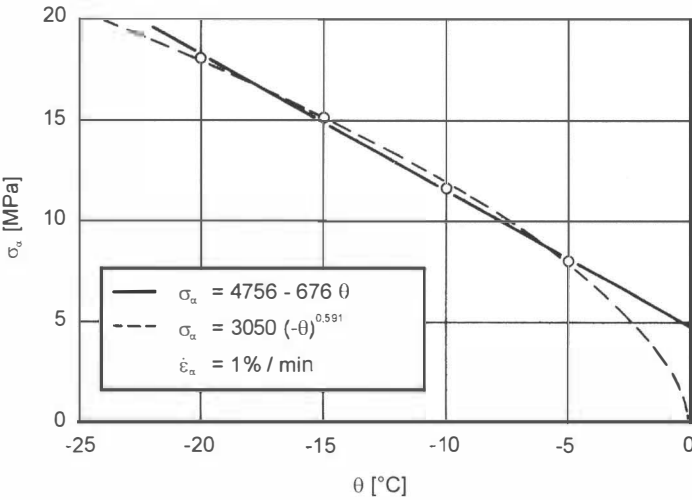


Bild 35. Berechnete $\sigma_\alpha(\theta)$ und geeignete Approximationsfunktion [48]

der Korrelationsfunktionen. In Bild 35 ist die Approximation der Funktion $\sigma_\alpha(\theta)$ dargestellt. Die Potenzfunktion $\sigma_\alpha(\theta)$ gibt auch die Spannung bei 0 °C richtig wieder, nicht aber eine Potenzfunktion $\sigma_\alpha(T)$, es sei denn, θ wird durch T ausgedrückt.

Setzt man die Funktion $\sigma_\alpha(\theta)$ sowie K_I und $\dot{\epsilon}_\alpha$ in Gl. (45) ein, wobei T ebenfalls durch θ ausgedrückt wird, so folgt:

$$\dot{\epsilon}_m(\sigma, \theta) = 1 \exp \left[\left(\frac{3817}{\theta + 273,4} + 0 \right) \left(\frac{\sigma}{3050 (-\theta)^{0,591}} - 1 \right) \right] \quad (45a)$$

Damit ist $\dot{\epsilon}_m(\sigma, \theta)$ geschlossen dargestellt. Die Auflösung nach σ führt auf die folgende Beziehung

$$\sigma = 3050 \cdot (-\theta)^{0,591} \cdot \left(1 + \frac{\ln(\dot{\epsilon}_m/1)}{\frac{3817}{\theta + 273,4}} \right) \quad (49)$$

Der danach berechnete Verlauf und Versuchsergebnisse sind in Bild 36 aufgetragen.

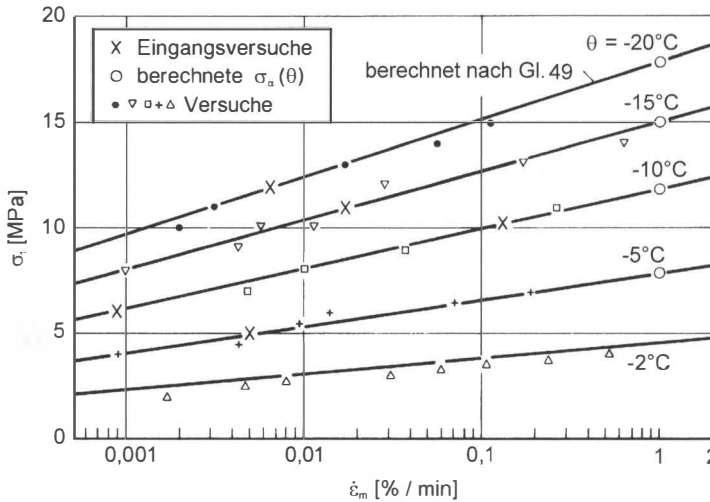


Bild 36. σ_1 über $\dot{\epsilon}_m$, Messwerte und Berechnung nach Gl. (49) mit zugehörigen Eingangsversuchen [48]

Die Berechnung der Standzeit erfolgt nach Gl. (43). Mit dem Mittelwert für C gilt

$$t_m = 2,4 / \dot{\epsilon}_m \text{ [min]} \quad (\text{mit } \dot{\epsilon}_m \text{ in } [\%/\text{min}]) \quad (43a)$$

Den hieraus errechneten Werten für t_m sind in Bild 37 wieder Messwerte gegenübergestellt.

Bild 37 zeigt außerdem, dass sich die der Gl. (45) zugrunde liegende Vereinfachung, die Rückwärtsbewegungen von Molekülen im Kristall zu vernachlässigen (vgl. Abschn. 4.2.1.3), beim untersuchten Boden erst über $t_m \approx 10^6$ min (1,9 Jahre) bemerkbar macht. Dort weichen die Kurven der genaueren, die Rückwärtsbewegungen berücksichtigenden Gl. (50) von den Geraden nach Gl. (45) ab.

$$\dot{\epsilon}_m(\sigma, T) = \dot{\epsilon}_\alpha \left[\exp \left[\left(\frac{K_1}{T} + K_2 \right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_\alpha(T)} - 1 \right) \right] - \exp \left[- \left(\frac{K_1}{T} + K_2 \right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_\alpha(T)} + 1 \right) \right] \right] \quad (50)$$

$$\dot{\epsilon}_m(\sigma, \theta) = 1 \cdot \left[\exp \left[\left(\frac{3817}{\theta + 273,4} \right) \left(\frac{\sigma}{3050(-\theta)^{0,591}} - 1 \right) \right] - \exp \left[- \left(\frac{3817}{\theta + 273,4} \right) \left(\frac{\sigma}{3050(-\theta)^{0,591}} + 1 \right) \right] \right]$$

Für die meisten praktischen Probleme dürfte somit Gl. (45) ausreichen. Andererseits enthält Gl. (50) dieselben Parameter wie Gl. (45) und verlangt daher lediglich etwas mehr Rechenaufwand.

Für die Anwendung ist gegenüber der errechneten Standzeit t_m ein ausreichender Sicherheitsabstand zu wählen, als Minimum kann eine 10er-Potenz gelten, die beim hier behandelten gefrorenen Sand einer Spannungsminderung um etwa $1/6$ entspricht [48].

Ein weiteres Kriterium ist die Begrenzung der Verformungen. Da die Kriechkurven ähnlich sind, d. h. sich nur durch den (temperatur- und spannungsabhängigen) Zeitfaktor unterscheiden, können sie durch Normierung bez. t_m mit einer einzigen Standardkriechkurve $\epsilon(t/t_m)$ dargestellt werden. Mit dieser wird aus der zulässigen Verformung die nutzbare Standzeit als Bruchteil von t_m ermittelt. Daraus ergibt sich für eine gewünschte Nutzungsdauer t des

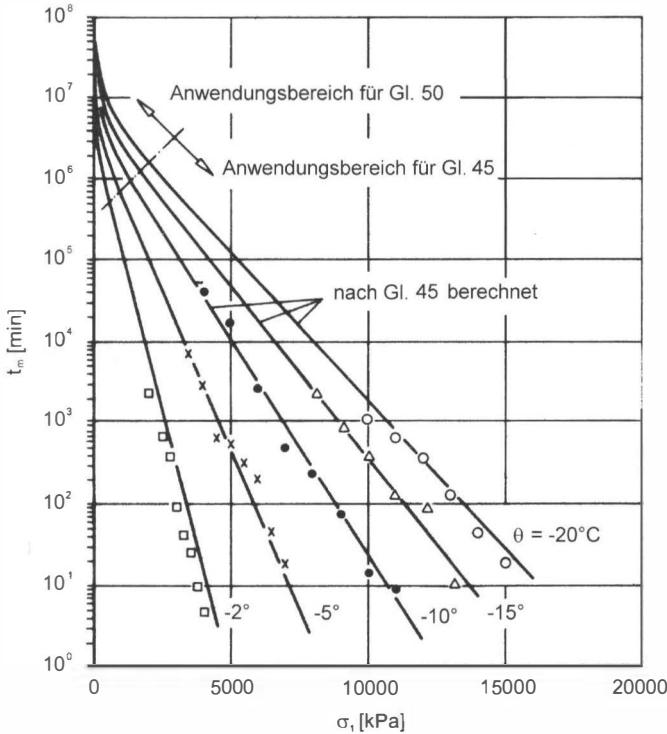


Bild 37. t_m über σ_1 , Messwerte und Berechnung [48]

Frostkörpers die erforderliche Standzeit t_m , woraus schließlich bei einer gegebenen Temperatur die zulässige Spannung oder bei einer gegebenen Spannung die erforderliche Temperatur berechnet werden kann.

Aus den zeit- und temperaturabhängig mittels der Standardkriechkurve ermittelten Verformungen kann ein zeit- und temperaturabhängiger Deformationsmodul als Grundlage für Verformungsberechnungen abgeleitet werden [48].

Für die formelmäßige Darstellung der Standardkriechkurve eignet sich z. B. der Ansatz in Gl. (51) [4], der den Kriechgeschwindigkeitsverlauf i. d. R. ausreichend genau beschreibt:

$$\dot{\epsilon} = A \cdot \exp(\beta \cdot t) \cdot t^{-m} \quad (51)$$

Für die normierte Darstellung der Kriechgeschwindigkeitskurve

$$\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_m = A \cdot \exp(\beta \cdot t/t_m) \cdot (t/t_m)^{-m} \quad (51a)$$

gilt wegen $\ddot{\epsilon}_m = 0$ und $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_m(t_m) = 1$

$$m = \beta \quad (52)$$

sowie

$$A = \exp(-\beta) \quad (53)$$

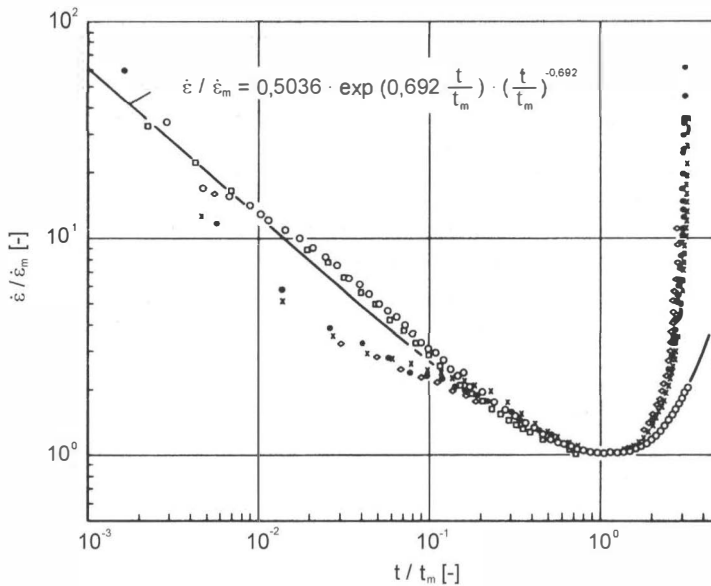


Bild 38. Geschwindigkeitsverläufe aus Versuchen in Tabelle 4 und Approximation [48]

sodass nur noch der Parameter β zu bestimmen ist. Er folgt aus einem Wertepaar $\dot{\epsilon}_0/\dot{\epsilon}_m$, t_0/t_m zweckmäßig mit t_0 um 2 bis 3 Zehnerpotenzen kleiner als t_m :

$$\beta = \frac{\ln(\dot{\epsilon}_0/\dot{\epsilon}_m)}{\ln(t_m/t_0) + t_0/t_m - 1} \quad (54)$$

In Bild 38 ist die Approximationsfunktion (Gl. 51 a) zusammen mit den Geschwindigkeitskurven der Versuche von Bild 33 dargestellt.

Der Ansatz Gl. (51) bzw. (51 a) ist nicht geschlossen integrierbar, die Integration muss daher numerisch erfolgen. Dieser Nachteil wiegt jedoch nicht allzu schwer, da für die Handrechnung die Auftragung der Kriechkurve ausreicht bzw. eine formelmäßige Darstellung durch Approximation der durch numerische Integration gewonnenen Kriechkurve leicht möglich ist. Numerische Verfahren (z.B. [38]) arbeiten ohnehin mit Zeitintegrationen, sodass hier Gl. (51) unmittelbar verwendet werden kann. Eine tensorielle Formulierung des dargestellten Stoffgesetzes zur Verwendung in numerischen Berechnungen ist z.B. in [13] beschrieben.

Die Integration kann nicht bei $t = 0$ beginnen, da $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_m$ nach Gl. (51) hier gegen ∞ strebt. Ersatzweise bestimmt man für eine kleine Zeit t_0 , z.B. eine Minute, die dort gemessenen Verformungen und integriert dann von diesem Startpunkt aus. Hierzu ist dann der elastische Verformungsanteil zu addieren, der z.B. aus der Arbeitslinie eines verformungsgesteuerten Druckversuchs mit entsprechend hoher Dehnungsrate ermittelt werden kann.

In Bild 39 sind die Deformationsmoduln des in obigem Beispiel behandelten gefrorenen Bodens aus [48] in Abhängigkeit von der Temperatur sowie der Standzeit dargestellt. Auffällig ist der Anstieg der Steifigkeit bei sehr kleinen Spannungen, wobei die Verformungen in diesem Bereich wegen der sehr kleinen Spannung jedoch ebenfalls sehr niedrig sind.

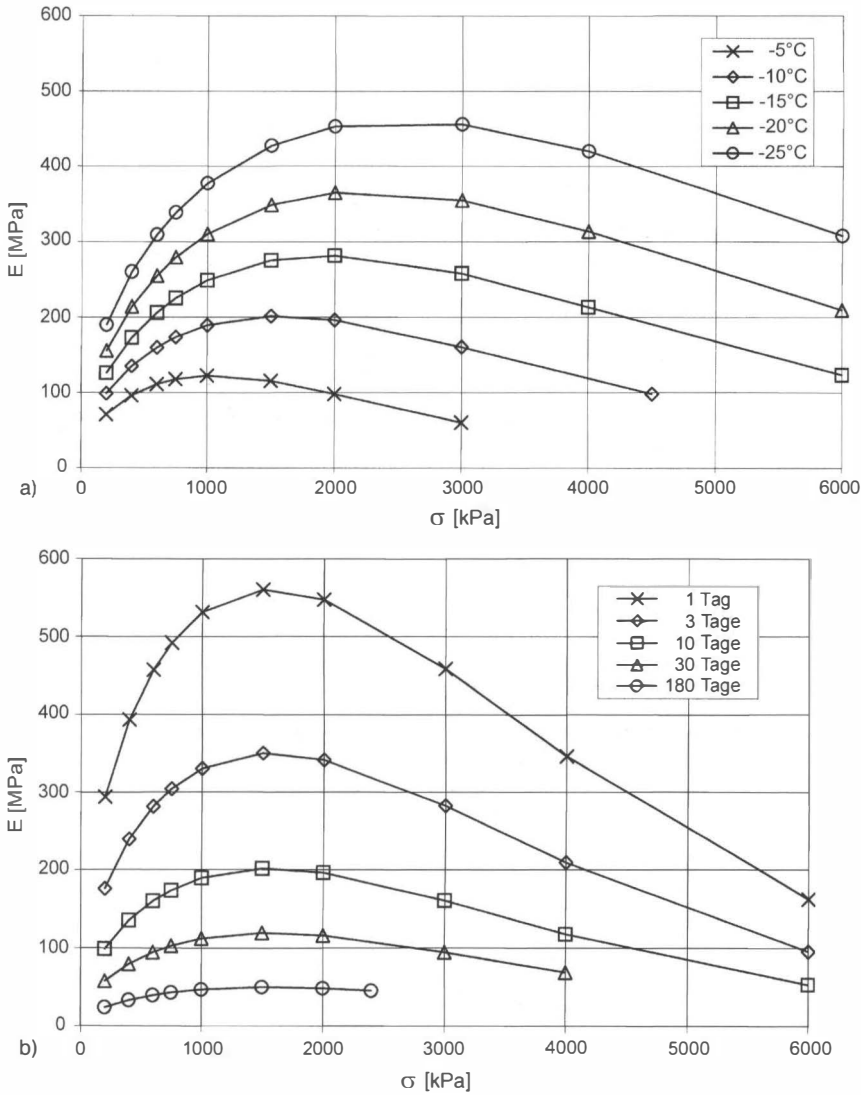


Bild 39. Deformationsmodul E aus elastischer und viskoser Verformung;
a) für 10 Tage Standzeit (Karlsruher Mittelsand), b) für -10 °C (Karlsruher Mittelsand)

Der Anstieg ist durch die bei kleinen Kriechverformungen im kristallinen Bereich einsetzende Verfestigung durch die Blockierung von Versetzungen bedingt (welche auch das Kriechen im frühen Kriechstadium verlangsamt), die bei steigender Verformung jedoch durch Mikrorissbildung zunehmend kompensiert wird, wodurch die Steifigkeit ab einer bestimmten Verformung bzw. (bei gegebener Belastungsdauer) ab einer bestimmten Spannung wieder fällt.

4.2.2 Triaxiale Spannungen

Unter triaxialen Spannungen wird der Verformungswiderstand gefrorener Böden nicht mehr allein durch die Eisverkittung bestimmt, darüber hinaus können folgende Effekte eintreten:

Bei körnigen Böden wird durch die triaxialen Spannungen Reibung mobilisiert, weshalb in weggesteuerten Versuchen bei ausreichend hoher Spannungssumme I_σ zwei Spannungsmaxima zu beobachten sind (Bild 40).

Das erste Spannungsmaximum tritt bei Dehnungen zwischen 3 und 6% auf und ist eine Folge der Eisverkittung. Bei wassergesättigten Böden nimmt die Maximalspannung am ersten Spannungsmaximum mit steigender Spannungssumme ab; an wassergesättigtem, dicht gelagertem Sand wurde bei Darstellung im Mohr'schen Spannungskreis bei -10°C ein „negativer Reibungswinkel“ von $\varphi = -6^\circ$ [48] bzw. bei -20°C von $\varphi = -7^\circ$ [22] festgestellt. Dies ist auf die druckinduzierte Erweichung der Eismatrix zurückzuführen.

In Kriechversuchen führt eine steigende Spannungssumme I_σ (bei gleicher Deviatorspannung) durch Reibungsmobilisierung zu einer nichtlinearen Abnahme der minimalen Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ (Bild 41).

In [22] wird die oben genannte Gleichung (45) zur Ermittlung der minimalen Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ um einen von der Spannungssumme abhängigen Term erweitert:

$$\dot{\epsilon}_m(\sigma, \theta) = \dot{\epsilon}_\alpha \exp \left[\left(\frac{3817}{\theta + 273,4} + \ln \dot{\epsilon}_\alpha \right) \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_\alpha(\theta)} \right) + 3,39 \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{I_\sigma} \right)^2 - 2,45 \right] \quad (55)$$

mit der Spannungssumme $I_\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ (erste Invariante des Spannungstensors)

Damit können wiederum die minimale Kriechgeschwindigkeit (Bild 42 a) und die Standzeiten t_m (Bild 42 b) auch in Abhängigkeit von der Spannungssumme dargestellt werden.

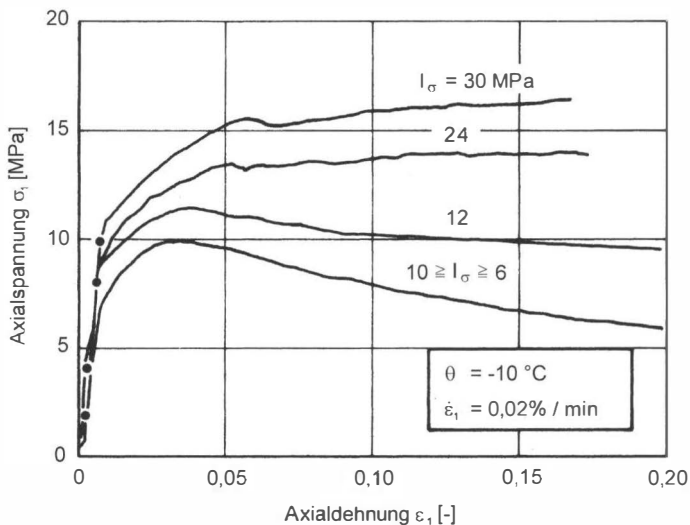


Bild 40. Arbeitslinien aus weggesteuerten Triaxialversuchen mit jeweils konstanter Spannungssumme; gesättigter Mittelsand [48]

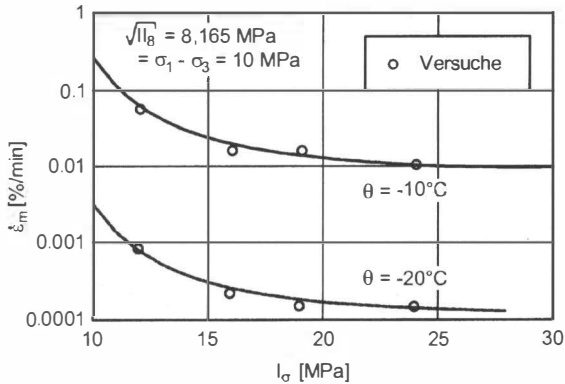


Bild 41. Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ über Spannungssumme I_σ , Messwerte (triaxiale Kriechversuche bei $\sigma_1 - \sigma_3 = 10 \text{ MPa}$) und Rechenwerte nach Gl. (55) [22]

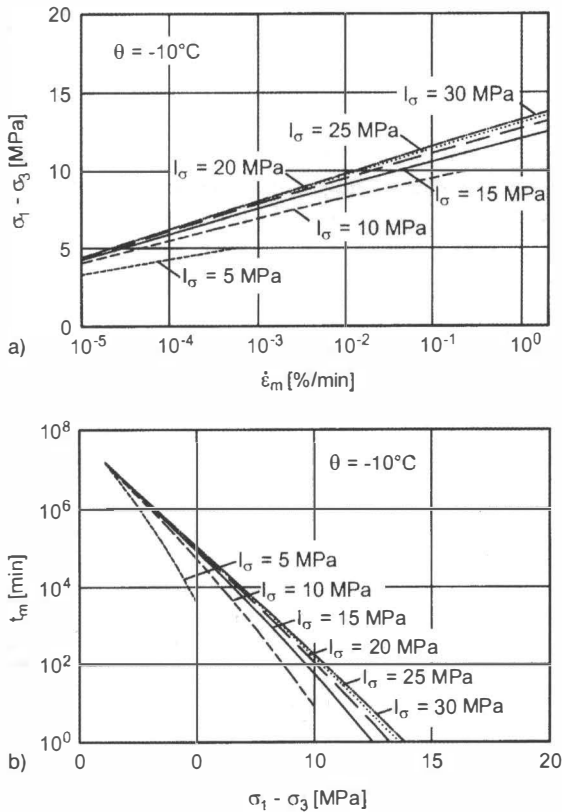


Bild 42. a) Deviatorspannung $\sigma_1 - \sigma_3$ über Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$; a) Rechenwerte nach Gl. (55) für verschiedene Spannungssummen I_σ bei $\theta = -10^\circ C$, b) Standzeit t_m über Deviatorspannung $\sigma_1 - \sigma_3$, Rechenwerte wie bei a) [22]

Die Lösungen aus Gl. (55) konvergieren asymptotisch mit steigender Spannungssumme (Bild 42 a), sodass eine Erhöhung der Spannungssumme um 100 % auf $I_\sigma = 60 \text{ MPa}$ in der Verformungsgeschwindigkeit einen Fehler von 5 bis 7 % je nach Temperatur ergeben würde. Die Vernachlässigung dieses Fehlers liegt auf der sicheren Seite. Bei Spannungssummen $I_\sigma \leq 5 \text{ MPa}$ kann deshalb deren Einfluss vernachlässigt werden [22], eine Dimensionierung nach Gl. (45) ist dann ausreichend genau.

Weiterhin ist zu beachten, dass die Reibung auch in körnigen Böden erst bei Dehnungen über ca. 5 % mobilisiert wird [22]. Da die zulässigen Dehnungen in praktischen Anwendungen i. d. R. weit darunter liegen, ist der Ansatz von Reibung in gefrorenem Boden allenfalls für Bruchbetrachtungen, nicht jedoch für den Gebrauchszustand sinnvoll.

Bei hohen Spannungssummen über ca. 5 bis 10 MPa (tief liegende Bauwerke wie Schächte, Einleitstellen hoher Stützkkräfte usw.) kann im gesamten Verformungsverlauf eine Entfestigung durch die Erweichung der Eismatrix auftreten. Dies wurde an Mittelsand beobachtet [22, 48], bei eisreichen bindigen Böden dürfte dieser Effekt noch stärker ausfallen. In derartigen Fällen sind Triaxialversuche ratsam.

Bei hohen Spannungssummen sollte nicht nur die größte und kleinste, sondern auch die mittlere Hauptspannung berücksichtigt werden. Triaxiale Extensionsversuche ($\sigma_1 < \sigma_3$) zeigten bei gleicher Hauptspannungsdifferenz und Spannungssumme ein früheres Versagen kriechender Proben als in Kompressionsversuchen ($\sigma_1 > \sigma_3$) [45].

4.2.3 Zug- und Biegefestigkeit

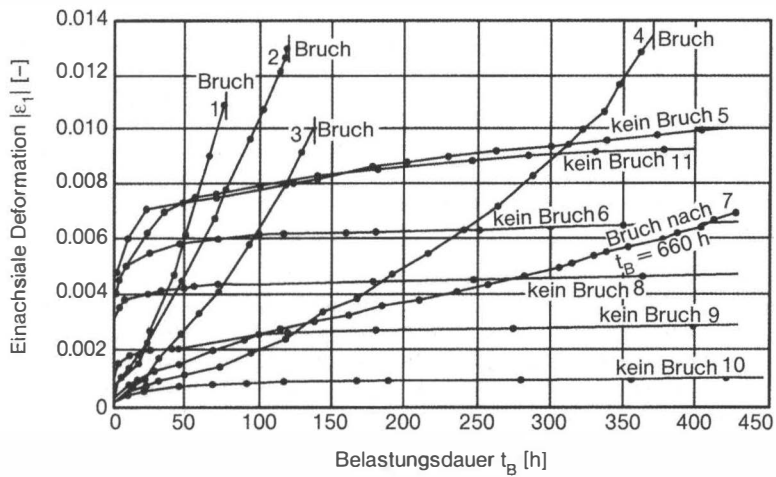
Über das Verhalten gefrorener Böden unter Zug liegen im Vergleich zum Druckverhalten erheblich weniger Versuchsergebnisse vor, die aber wichtige Unterschiede zum Verhalten unter Druck anzeigen [18].

Das Spannungs-/Dehnungsverhalten unterscheidet sich deutlich von dem unter Druck, da die Zugspannungen ausschließlich in der Eismatrix übertragen werden. Einmal entstandene Risse werden zwar in gewissen Grenzen durch die Mineralkörner begrenzt, deshalb ist die Zugfestigkeit gefrorenen Bodens größer als diejenige reinen Eises [18]. Da jedoch nur die Eismatrix trägt, sind die Möglichkeiten interner Spannungsumlagerungen erheblich geringer, sodass Risse unmittelbar zu einer Verkleinerung des tragenden Querschnitts und damit zu einer Zunahme der inneren Spannungen führen. Das Verhalten unter Zug unterscheidet sich von demjenigen unter Druck deshalb in mehrfacher Hinsicht:

- Gefrorener Boden verhält sich unter Zug spröder. Der Übergang zum beschleunigten Kriechen findet bereits bei sehr kleinen Dehnungen (meist $\leq 1 \%$) statt, der Bruch tritt bereits bei Dehnungen von 1 bis 2 % ein.
- Die aufnehmbaren Zugspannungen liegen bei ca. 20 bis 25 % der aufnehmbaren Druckspannungen unter sonst gleichen Verhältnissen.
- Bei Belastungsbeginn sind die Zugdeformationen geringerer als unter Druck.

Bild 43 zeigt den Kriechverlauf von Proben aus gefrorenem Mittelsand in einaxialen Druck- und Zugversuchen.

Das Biegeverhalten von Körpern aus gefrorenem Boden wurde ebenfalls in [22] ausführlich untersucht. Entsprechend dem unterschiedlichen Dehnungs-/Kriechverhalten gefrorener Böden unter Druck und Zug ergeben sich für einen Biegebalken mit der tiefsten Temperatur in der Mitte und einem linearen Temperaturanstieg zum Rand in Druck- und Zugzone unterschiedlich große und unterschiedlich schnell wachsende Dehnungen. Dementsprechend entsteht in beiden Bereichen eine unterschiedliche Spannungsverteilung. Die Nulllinie liegt



Kurve Nr.	Versuch Nr.	Belastung Druck/Zug	Spannung σ_1 [kN/cm ²]	Temp. [°C]
1	VII/31	Zug	0.19	-10
2	VII/34	Zug	0.29	-15
3	VII/32	Zug	0.17	-10
4	VII/33	Zug	0.16	-10
5	III/86	Druck	0.30	-15
6	III/153	Druck	0.17	-10
7	VII/356	Zug	0.12	-10
8	III/118	Druck	0.10	-10
9	III/119	Druck	0.05	-10
10	VII/37	Zug	0.05	-10
11	III/117	Druck	0.20	-10

Bild 43. Kriechkurven aus einaxialen Druck- und Zugversuchen; Material: Mittelsand [18]

nicht mehr in der Mitte wie bei linear-elastischem Material, außerdem wandert sie im Verlauf des Kriechens.

Aufgrund der zu den Rändern hin höheren Temperatur ist der Frostkörper dort weicher, sodass die Spannung zu den Rändern hin wieder abfällt. Dies gilt nicht bei Biegung eines Frostkörpers mit konstanter Temperatur.

5 Eigenschaften von Eis

Die mechanischen Eigenschaften gefrorener Böden werden wesentlich durch das Eis in den Poren bestimmt. In seltenen Fällen wird auch reines Eis planmäßig als tragendes Element in einer gefrorenen Konstruktion verwendet (z. B. beim U-Bahnhof Brandenburger Tor, wo innerhalb des Frostkörpers vorgetriebene Vereisungsstollen zur Erhöhung der Standfestigkeit mit Wasser gefüllt und gefroren wurden). Wasserreiche Suspensionen, wie sie im Spezialtiefbau z. B. als Stützflüssigkeit verwendet werden, zeigen ähnliche Eigenschaften

wie reines Eis, insbesondere nahe dem Gefrierpunkt können jedoch Oberflächeneffekte wirksam werden, sodass sich im Zweifelsfalle die Durchführung von Versuchen empfiehlt.

Die mechanischen Eigenschaften von Eis hängen von Temperatur, Verformungsgeschwindigkeit, Dichte, Reinheit und Kristallaufbau ab. Aufgrund seiner besonderen Molekülstruktur weichen die Eigenschaften von Eis teilweise von denjenigen anderer Feststoffe ab. Aus der asymmetrischen Dipolstruktur der Wassermoleküle ergibt sich eine große Anzahl möglicher Kristallformen. Bei Atmosphärendruck ordnen sich die Moleküle im Eis hexagonal an.

Eis hat eine besondere Abhängigkeit der Dichte von der Temperatur. Die größte Dichte liegt bei +4 °C vor, darüber und darunter ist die Dichte geringer. Beim Gefrieren unter Atmosphärendruck fällt die Dichte sprunghaft von $\rho = 0,999841 \text{ g/cm}^3$ auf $0,9168 \text{ g/cm}^3$, was einer Volumenvergrößerung von 9,06 % entspricht. Bei weiterer Abkühlung steigt die Dichte von Eis wie bei jedem Festkörper wieder an, d. h. es verkleinert sein Volumen wieder.

Die Schmelztemperatur von Eis sinkt mit zunehmendem Druck [40], weshalb z. B. Schlittschuhe an der Eisoberfläche einen dünnen Wasserfilm erzeugen und auf diesem leicht gleiten.

Ebenso temperaturabhängig ist die Wärmeleitfähigkeit von Eis, sie steigt von $\lambda_1 = 2,22 \text{ W/mK}$ bei 0 °C auf $\lambda_1 = 2,76 \text{ W/mK}$ bei -50 °C.

Der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient von Eis liegt nahe dem Schmelzpunkt bei ca. $\alpha = 5 \cdot 10^{-5} [1/K]$ und fällt mit sinkender Temperatur auf ca. $1 \cdot 10^{-5} [1/K]$ bei -180 °C.

Auch bei Eis besteht unter sonst gleichen Randbedingungen ein Zusammenhang zwischen der Temperatur, der Spannung und Verformungsgeschwindigkeit. Dabei gelten die unter Abschnitt 4.2.1 für gefrorenen Boden dargestellten Berechnungsansätze, die ja aus der Theorie thermisch aktivierter Platzwechsel in Kristalliten abgeleitet sind.

In [39] sind die Ergebnisse einer größeren Anzahl von weg- und kraftgesteuerten Versuchen an polykristallinem Eis bei -5 °C und -10 °C angegeben. In Bild 44 a ist der in diesen Versuchen gemessene Zusammenhang zwischen der Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$ und der Spannung und in Bild 44 b der Zusammenhang zwischen Spannung und der Standzeit t_m (Kriechzeit bis zum Wendepunkt der Kriechkurve, Näheres s. Abschn. 4.2) dargestellt. Das Ergebnis zeigt im Vergleich zu gefrorenem Boden eine erheblich geringere Festigkeit, wenn man diese als maximales Verhältnis $\sigma/\dot{\epsilon}$ definiert. Der Grund hierfür sind die unter Abschnitt 4.2.1 genannten Wechselwirkungen zwischen Eis und Korngerüst im gefrorenen Boden. Die grundsätzlichen Zusammenhänge sind jedoch mit denen bei gefrorenem Boden identisch.

Die Festigkeit von Eis ist nicht nur für Tragkörper, sondern auch hinsichtlich dessen Wirkung auf Baukonstruktionen wie Brückenpfeiler, Dalben oder Ufermauern von Bedeutung. Angaben hierfür liefern z. B. die Empfehlungen E 177 und E 205 der EAU [17].

In geschlossenen Bereichen können sich Eisdrücke daraus ergeben, dass sich bei Frost eine Eisdecke bildet und mit fallender Temperatur zunächst zusammenzieht. Die dadurch entstehenden Risse oder Lücken gefrieren zu, sodass bei der niedrigsten Temperatur eine formschlüssige Verbindung zu den Rändern besteht. Steigt die Temperatur der Eisdecke anschließend wieder an, so dehnt sie sich vor dem Auftauen zunächst aus und kann dabei schädliche Drücke auf die Ränder ausüben. In weitgehend geschlossenen, durch druckempfindliche Wände eingefassten Wasserflächen wie z. B. Hafenbecken mit schmalen Molen kann dem durch Aufschlitzen der Eisdecke durch Eisbrecher oder Sprengungen entgegengewirkt werden.

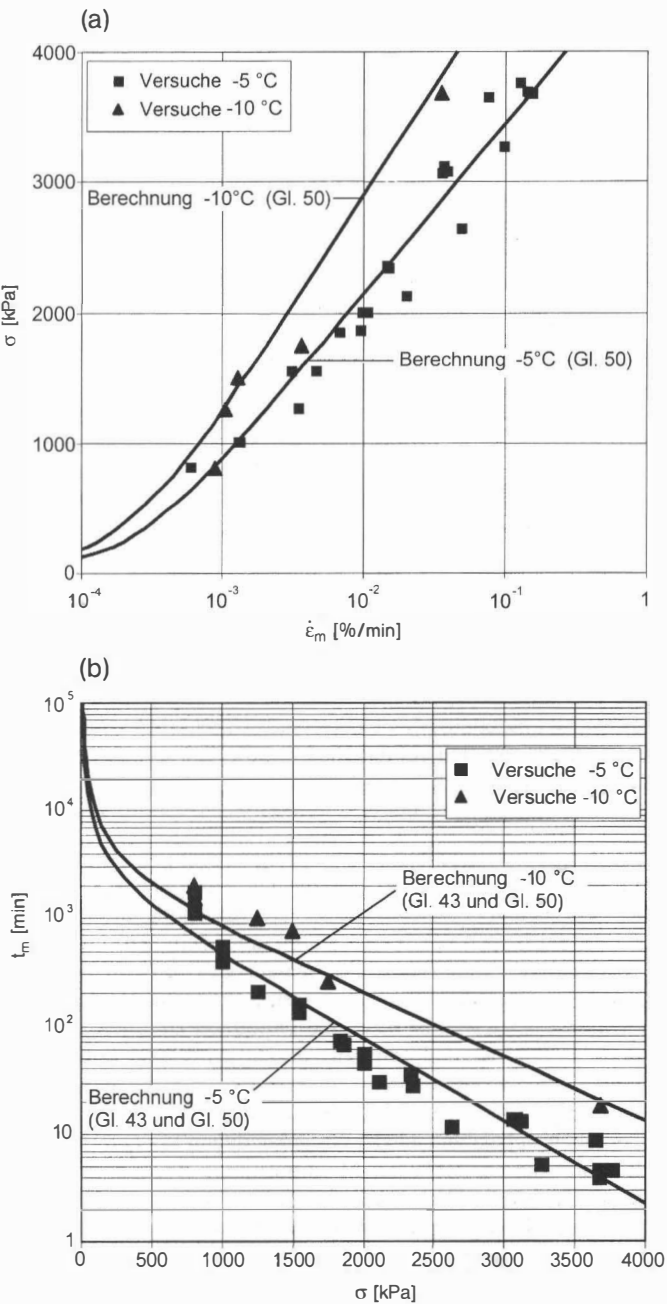


Bild 44. Ergebnisse von einaxialen Kriechversuchen an reinem Eis [39];
a) Spannung σ über der minimalen Kriechgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_m$;
b) Standzeit t_m über Spannung σ

6 Frostwirkungen

Durch Temperaturänderungen im Porenwasser/-eis werden insbesondere durch den Phasenübergang beim Gefrieren bzw. Auftauen recht komplexe Veränderungen initiiert, die erhebliche baupraktische Auswirkungen haben können.

6.1 Gefrieren

Beim Gefrieren und weiteren Abkühlen kann gefrorener Boden auf verschiedene Weise sein Volumen vergrößern und/oder beträchtliche Drücke erzeugen.

Beim Übergang von der flüssigen zur festen Phase vergrößert sich das Volumen von Wasser um rd. 9%. Die Volumenvergrößerung entsteht an der Gefrierfront. Ob hierdurch ein Druck in den Poren entsteht oder aber das Wasser annähernd drucklos in den ungefrorenen Bereich abfließt, hängt von der Durchlässigkeit und der pro Zeiteinheit gefrorenen Wassermenge ab. Bei den üblichen Gefriereschwindigkeiten ist eine freie Dränage bei Sand und gröberen Böden i. d. R. gegeben. Eine eingehende rechnerische Behandlung dieser Vorgänge findet sich in [32].

Enthält der zu gefrierende Bereich Bodenschichten mit unterschiedlicher Durchlässigkeit, so kann eine ungefrorene gut dränierende Schicht z. B. bei gekrümmten Frostkörpern frühzeitig zugefroren werden und steht dann für die Dränage nicht mehr zur Verfügung. In diesen Fällen kann sich ein Wasserdruck aufbauen, wenn nicht durch die Gefrierreihenfolge in allen Phasen ein Abfluss des Überschusswassers in die Umgebung gewährleistet wird. Dies kann in speziellen Fällen eine besondere Gefrierreihenfolge erfordern, siehe z. B. [42].

Reicht die Durchlässigkeit des Bodens nicht aus, das Überschusswasser drucklos abfließen zu lassen, so entsteht Porenwasserdruck, der sich auf das Eis bzw. das Korngerüst überträgt. Die maximale Volumenvergrößerung ergibt sich bei vollständig verhinderter Dränage aus der spezifischen Vergrößerung des Porenwassers und dessen Volumenanteil im Boden.

Ein weiterer Grund für Volumenvergrößerungen und Frosthebungen ist die Wanderung von Porenwasser zur Eisrandfläche. Dies ist eine Folge der elektrischen Anziehung der Wassermoleküle an die Bodenpartikel, aber auch der Anziehung der Wassermoleküle untereinander durch deren Dipolstruktur. Letztere führt auch bei Temperaturen unter dem Gefrierpunkt zu ungefrorenen Wasserhüllen um die Mineralpartikel. Da Wasser eine erheblich höhere Dielektrizitätskonstante als die Mineralpartikel hat, laden sich Letztere nach der Regel von *Coehn* [40] negativ auf und binden Kationen bzw. die Dipolmoleküle des Wassers. Die molekulare Anziehungskraft zu den Mineralpartikeln ist sehr groß (ungefähr 20.000 bar), nimmt aber mit zunehmender Entfernung von den Mineralpartikeln rasch ab [12]. Die Wasserschicht ist je nach Mineralart ca. 3 bis 10 Molekülschichten dick. Je nach spezifischer Oberfläche der Bodenpartikel ergeben sich dabei Gehalte des gebundenen Wassers zwischen 1,5% bei Quarz, 15% bei Illit und bis ca. 50% bei Montmorillonit. Wegen der hohen Bindungskräfte hat dieses Wasser eine höhere Dichte und eine geringere Viskosität als freies Wasser. Die Wasserhüllen sind jedoch entlang den Mineralpartikeln verschieblich und können deshalb auch bei Temperaturen unter 0 °C als Wassertransportweg wirken, wenn Druckunterschiede vorhanden sind.

Am Phasenübergang zwischen flüssiger und fester Phase ändert sich im Wasser bzw. Eis der Dampfdruck mit der Temperatur, dies wird durch die Clausius-Clapeyron-Gleichung beschrieben. Die Dampfdruckänderung ist sehr groß, bereits eine Temperaturänderung von 1 K ändert den Druck um ca. 11,4 MP. Weiterhin wird der örtlich herrschende Dampfdruck von der Krümmung der Oberflächen beeinflusst. Konkave Oberflächen führen zu einer Ernied-

rigung, konvexe Oberflächen zu einer Erhöhung des Dampfdrucks an der Eisoberfläche. Dementsprechend wird das Porenwasser zu den konkaven Oberflächen des Eises um die Mineralpartikel gezogen, während konvexe Eisoberflächen in den Porenräumen die Wassermoleküle weniger stark anziehen. Das Wasser wandert deshalb – teilweise in den ungefrorenen Wasserhüllen entlang den Partikeln – zu den konkaven Eisoberflächen und gefriert dort schließlich. Durch die Expansion wird Druck zwischen den Partikeln aufgebaut und der Porenraum vergrößert.

Durch Druck auf das Korngerüst wird umgekehrt Druck auf die Eiskristalle ausgeübt, was wiederum zu einer Erhöhung des Dampfdrucks und zu einer schwächeren Anziehung der Wassermoleküle führt. Demzufolge kann die Wasserwanderung und letztlich die Frosthebung durch Druck vermindert oder völlig unterbunden werden. In Versuchen lassen sich ein maximaler Frosthebungsdruck unter vollständig blockierter Expansion und andererseits eine maximale Hebungsgeschwindigkeit bei annähernd spannungsfreiem Boden ermitteln.

Die Anreicherung von Wasser an der Gefrierfront wird auch durch die Wärmebilanz beeinflusst. Durch das Anlagern und Gefrieren des Wassers wird Kristallisationswärme frei, die im gefrorenen Bereich abfließen muss. Ist ein genügend großer Wasserzufluss vorhanden, um den Wärmeabfluss durch die frei werdende Kristallisationswärme zu kompensieren, bleibt die Frostfront stehen und es kommt zu einer zunehmenden Anlagerung von Wasser und schließlich zu Bildung von Eislinsen. Ist hingegen der Wärmeabfluss im gefrorenen Bereich größer als die freiwerdende Kristallisationswärme, so wandert die Frostfront weiter durch das Korngerüst. Damit kann an der betrachteten Stelle nur eine vorübergehende und deshalb geringe Wasseranreicherung eintreten.

Aus den o. g. Vorgängen ergeben sich folgende Einflüsse auf die Eislinsenbildung:

- Die Eislinsenbildung erfordert einen ausreichenden Wassernachschub, also eine genügend große Durchlässigkeit des Bodens.
- Die Kapillareffekte werden umso stärker, je stärker die Oberflächen gekrümmt und deshalb je kleiner die Mineralkörner sind. Andererseits behindern feinkörnige Böden wegen der geringeren Durchlässigkeit jedoch den Wassernachschub.
- Die Entstehung von Eislinsen kann durch schnelles Gefrieren mit hohen Temperaturgradienten vermindert werden, weil die Gefrierfront dann rasch wandert und deshalb weniger Zeit zur Anlagerung von Wasser vorhanden ist.

Für praktische Abschätzungen von Frosthebungen haben *Konrad* und *Morgenstern* [36] das Konzept des „Segregationspotenzial“ entwickelt. Hierbei wird der Wärme- und Stofftransport aufgrund des thermodynamischen Gleichgewichts in einem porösen Medium als geschlossenes System betrachtet. Hieraus wird das Segregationspotenzial SP mit einem linearen Zusammenhang zwischen dem Wasserzutritt und dem Temperaturgradienten in der Gefrierzone definiert:

$$SP = V_w / \text{grad } T_f \quad (56)$$

mit

V_w Wassereintrittsrates

$\text{grad } T_f$ mittlerer Temperaturgradient in der Gefrierzone [K/mm]

Bezieht man das Segregationspotenzial auf die Gesamthebung, so lautet es

$$SP_t = (dh/dt / \text{grad } T_f = 1,09 \text{ SP}) \quad (57)$$

mit

dh/dt gemessene Hebungsrates in der Nähe des stationären Zustands

Findet das Gefrieren unter Auflast statt, so gilt die Beziehung

$$SP = SP_0 \cdot e^{-a} \cdot \sigma \quad (58)$$

mit

- σ Auflastspannung
 a durch Versuche zu ermittelnde Konstante
 SP_0 Segregationspotenzial ohne Auflast

In Bild 45 ist das Segregationspotenzial für verschiedene Bodenarten in Abhängigkeit von der Spannung dargestellt [35]. Aufgrund der genannten Beziehung kann aus einer geringen Anzahl von Versuchen das Frosthebungsverhalten abgeschätzt werden, erfahrungsgemäß sind damit gute Prognosen möglich.

Nach der Herstellung muss ein Frostkörper über eine gewisse Zeit auf einer bestimmten Größe gehalten werden, d.h. dass die Frostgrenze nicht mehr wandert und sich dort zunehmend Wasser anlagern kann. Dem kann durch intermittierendes Gefrieren entgegengewirkt werden. Da der Dampfdruck nichtlinear, der Wärmetransport aber linear von der Temperatur abhängt, kann durch geeignet gewählte zeitliche Schwankungen um einen Temperaturmittelwert die Wasseranlagerung beeinflusst werden. Laborversuche [32] wie auch praktische Erfahrungen [42, 57] zeigen, dass die Hebungen in frostempfindlichen Böden durch geeignetes intermittierendes Gefrieren reduziert oder sogar verhindert werden können.

Zu beachten ist, dass die Eislinsen stets normal zur Gefrierfront wachsen und deshalb nicht nur vertikale Hebungen, sondern auch horizontale Frostdrücke entstehen können.

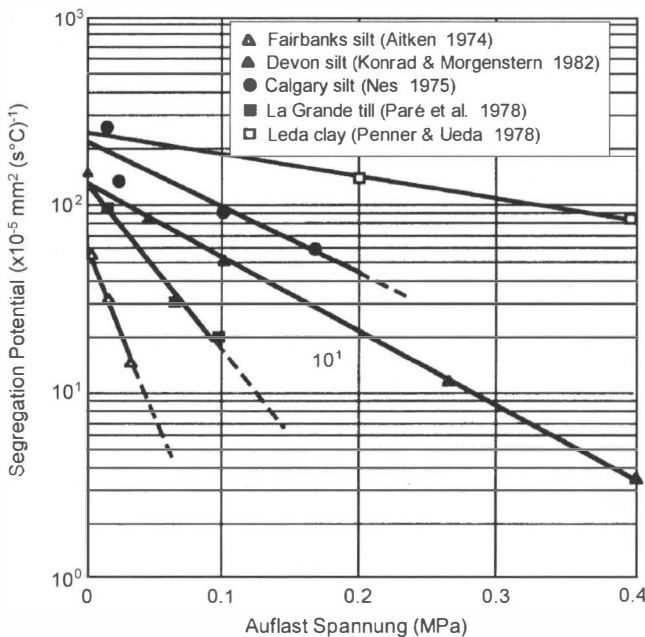


Bild 45. Segregationspotenzial in Abhängigkeit von der Auflastspannung [35]

6.2 Tauen

Beim Auftauen gefrorener Böden schmilzt das Porenwasser und verkleinert dabei wieder sein Volumen. Ist die Durchlässigkeit des Bodens groß genug, um das Defizit durch zuströmendes Porenwasser auszugleichen, so sind – wie auch beim Gefrieren derartiger Böden – keine Volumenänderungen zu erwarten.

In feinkörnigen Böden gehen die Frosthebungen beim Wiederauftauen zurück, führen i. d. R. aber zu bleibenden Verformungen gegenüber dem Zustand vor dem Gefrieren.

Feinkörnige Böden werden durch das Gefrieren und ggf. durch Wasseranreicherung in ihrer Struktur meist gestört, was eine Verringerung der Dichte und damit der Festigkeit und Steifigkeit zur Folge hat.

Während des Gefrierens wird die Bodenstruktur durch die Ausdehnung des Porenwassers gestört. Dabei können verstärkte Wasserwegigkeiten entstehen, die durch einen periodischen Pumpeffekt zu einem Muster von wasserreichen und wasserarmen Zonen führen. Durch die Saugspannung an der Gefrierfront entstehen bei geringer Durchlässigkeit in den Nachbargbereichen Saugspannungen, die dort zu einer lokalen Überkonsolidierung führen können. Nach dem Auftauen wird das lokalisiert vorhandene Wasser wieder mobil. Die wasserreichen Zonen sind stärker durchlässig als die überkonsolidierten, sodass Letztere das überschüssige Porenwasser allenfalls langsam durch Schwellen wieder aufnehmen. Kann der Boden zu seinen Rändern hin dränieren, so wird das lokalisierte Wasser durch die entstandenen Wegigkeiten abströmen, was zu Tausetzungen führt. Diese können zusammen mit der Kontraktion der überkonsolidierten Bereiche zwei- bis dreifach größere Beträge erreichen als die vorherigen Frosthebungen.

Je nach Spannungszustand sind mit den Tausetzungen auch Formänderungen verbunden. Während die Ausdehnung beim Gefrieren jeweils normal zur Frostgrenze erfolgt, stellen sich die Setzungen entsprechend dem herrschenden Spannungszustand ein. So treten beispielsweise bei flach liegenden Tunneln infolge der Schwerkraft überwiegend vertikale Tausetzungen auf, welche die vorherigen vertikalen Frosthebungen überschreiten.

6.3 Frostempfindlichkeitskriterien

Die in manchen Bodenarten bei Frosteinwirkung auftretenden o.g. Vorgänge (Frosthebungen und Tausetzungen) führen z. B. in Tragschichten unter Straßen zu Schäden an den Deckschichten. Die Neigung der Böden zu diesen Vorgängen wird durch die Frostempfindlichkeit beschrieben. Diese hängt außer von der Mineralart auch von der Wasserdurchlässigkeit sowie der Korngröße ab. Die beiden letztgenannten Größen sind wesentlich durch die Kornverteilung definiert.

In der Literatur existiert eine größere Anzahl von granulometrischen Frostsicherheitskriterien. Wesentlich ist dort meist der Anteil der Korngröße $\leq 0,2$ mm, daneben werden zur Beurteilung oft Grenzwerte auch für größere Körner als ca. 0,2 mm sowie die Ungleichförmigkeit hinzugezogen. Damit werden implizit der Porenanteil und damit der Wassergehalt bei Sättigung, aber auch die Durchlässigkeit berücksichtigt [65].

Eine sehr geringe Durchlässigkeit behindert den Wassertransport und damit die Bildung von Eislinsen, sodass Tone bereits wieder weniger frostempfindlich als Schluffe sind. Letztere weisen eine bereits große spezifische Oberfläche und kleine Krümmungsradien der Körner, andererseits aber eine noch hinreichende Durchlässigkeit auf; dies sind optimale Bedingungen für die Bildung von Eislinsen.

Tabelle 6. Klassifikation der Frostempfindlichkeit von Bodengruppen [65]

	Frostempfindlichkeit	Bodengruppen (DIN 18196)
F 1	nicht frostempfindlich	GW, GI, GE SW, SI, SE
F 2	gering bis mittel frostempfindlich	TA OT, OH, OK ST, GT SU, GU } ¹⁾
F 3	sehr frostempfindlich	TL, TM UL, UM, UA OU ST*, GT* SU*, GU*

¹⁾ Zu F1 gehörig bei einem Anteil an Korn unter 0,063 mm von 5,0 Gew.-% bei $U \geq 15,0$ oder 15,0 Gew.-% bei $U \leq 6,0$.

Im Bereich $6,0 < U < 15,0$ kann der für eine Zuordnung zu F1 zulässige Anteil an Korn unter 0,063 mm linear interpoliert werden.

Für die Beurteilung der Frostempfindlichkeit kann die Klassifikation nach der ZTVE-StB 94 [65] verwendet werden (Tabelle 6).

6.4 Frischbeton auf gefrorenem Boden

Zur Sicherstellung eines formschlüssigen Anschlusses von Bauwerken an den gefrorenen und später ungefrorenen Baugrund wird regelmäßig gegen gefrorenen Boden betoniert, im Tunnelbau wird der Spritzbeton unmittelbar auf gefrorenen Boden aufgebracht. Dabei ist sicherzustellen, dass der frische Beton nicht durch zu starke Abkühlung in seiner Endfestigkeit beeinträchtigt wird. Nach [15] darf Beton während der ersten Tage der Hydratation erst dann durchfrieren, wenn seine Temperatur vorher wenigstens drei Tage lang $+10^\circ\text{C}$ nicht unterschritten hat oder wenn er bereits eine Druckfestigkeit von $f_{\text{cm}} = 5 \text{ N/mm}^2$ erreicht hat.

Aus dem frischen Beton strömt aufgrund des Temperaturgefälles Wärme in den Frostkörper. Diese speist sich zum einen aus der Anfangstemperatur des Betons über dem Gefrierpunkt. Weiterhin erzeugt frischer Beton durch Hydratation Wärme. Ob und wann die Temperatur im frischen Beton unter den Gefrierpunkt fällt, hängt deshalb von der Wärmebilanz am Übergang zum gefrorenen Boden ab. Diese wird wesentlich durch den zeitlichen Verlauf der Hydrationswärmeentwicklung während des Aushärtens sowie die Schichtdicke des aufgetragenen Betons, aber auch durch die Temperatur sowie den Temperaturgradienten im Frostkörper bestimmt. In [51] sind die Ergebnisse von Temperaturmessungen in einer Spritzbetonschale angegeben. Der Spritzbeton hatte nach ca. 5 bis 10 Stunden die Gefriertemperatur erreicht. An Bohrkernen wurde dennoch durchweg eine Betonfestigkeit $> 2,5 \text{ N/mm}^2$ festgestellt.

Soweit keine genauen Angaben über die zeitliche Wärme- und Festigkeitsentwicklung als Grundlage für eine rechnerische Simulation vorliegt, sollte insbesondere bei dünnen Betonschichten (ca. $d \leq 20 \text{ cm}$) sowie immer auf mit Stickstoff gefrorenen und deshalb sehr kalten gefrorenen Oberflächen eine Zone von ca. 3 bis 5 cm als so genannter Opferbeton vorgesehen werden, dessen Festigkeit in der statischen Bemessung nicht angesetzt wird.

7 Hinweise zur Berechnung von Frostkörpern

Die Dimensionierung von Tragkörpern aus gefrorenem Boden umfasst je nach Aufgabenstellung verschiedene Schritte, die teilweise nacheinander, teilweise aber auch parallel und in gegenseitiger Abhängigkeit durchzuführen sind.

Zunächst sind wie üblich aufgrund der geologischen und hydrogeologischen Untergrundverhältnisse Bodenkennwerte zu ermitteln, diese umfassen hier auch die thermischen Bodeneigenschaften.

Die Vorbemessung erfolgt durch Kräftevergleich mit üblichen Standsicherheitsnachweisen, dabei ist insbesondere zwischen mitgehenden und verformungsabhängigen Einwirkungen (wie z.B. durch Bettung) zu unterscheiden. Letztere können sich wegen des zeitabhängigen Verformungsverhaltens gefrorener Böden im Laufe der Nutzung ändern.

Der Nachweis der Stabilität und der Funktionsfähigkeit kann aufgrund der Viskosität des gefrorenen Bodens durch die Berechnung der Verformungen und ihre Überprüfung während der Nutzung erfolgen. Dabei ist ein Frostkörper nur in Ausnahmefällen als starr anzunehmen. Mit der messtechnischen Verifizierung, dass die Verformungen unter den vorherberechneten kritischen Werten bleiben, ist neben der Funktionsfähigkeit auch die Stabilität nachgewiesen. Wegen der Viskosität kündigt sich eine Annäherung an kritische Werte frühzeitig an. In diesem Falle sind auch nach der Herstellung durch stärkeres Vereisen und damit einer Vergrößerung und Steifigkeitserhöhung des Frostkörpers Eingriffsmöglichkeiten wie bei kaum einem anderen Bauverfahren gegeben.

Die Berechnung der Verformungen wird wesentlich durch das mechanische Verhalten gefrorener Böden und damit durch das zugrunde gelegte Stoffgesetz für den gefrorenen Boden bestimmt (s. Abschn. 4). In der Anfangszeit der Entwicklung von Bauverfahren dominierten elastoplastische Ansätze, die Berücksichtigung der Standzeit kam später durch eine zeit- und temperaturabhängige Formulierung der Kohäsion sowie teilweise auch des Reibungswinkels dazu. Das Kriechverhalten wird oftmals durch eine Approximation der Versuchsverläufe dargestellt. Viele dieser Stoffbeziehungen liefern jedoch für beliebige Spannungen und Standzeiten stets endliche Verformungswerte und berücksichtigen nicht den Umstand, dass gefrorener Boden eine zähe Flüssigkeit ist und deshalb keiner deviatorischen Spannung unbegrenzt lange widersteht. Die durch das Eis hervorgerufene Kohäsion und die Reibungsfestigkeit entwickeln sich in unterschiedlicher Abhängigkeit von der Verformung. Da sich die Reibung erst bei baupraktisch nicht hinnehmbaren Verformungsbeträgen voll entwickelt, ist in vielen einfachen Fällen eine Berechnung mit einer zeit- und temperaturabhängigen Kohäsion als Festigkeitskennwert ausreichend genau und liegt bei vorsichtiger Kennwertfestlegung meist auch auf der sicheren Seite (Näheres s. Abschn. 4.2.2). Genauer, aber auch aufwendiger sind Verformungsberechnungen mit zeit- und temperaturabhängigen Steifigkeitskennwerten wie dem in Abschnitt 4.2.2 dargestellten Deformationsmodul. Dieser nimmt bei steigender Spannung oder Standzeit ab, d.h. die Verformungen wachsen immer weiter und erreichen schließlich unannehmbare Größen. Damit beinhaltet die Verformungsberechnung auch ein Bruchkriterium und ist damit gleichzeitig ein Standsicherheitsnachweis. Beim gefrorenen Boden ist dies – im Gegensatz zu vielen weniger duktilen Materialien – wegen seiner ausgeprägten Viskosität legitim.

Numerische Berechnungen mit der Methode der finiten Elemente ermöglichen eine genaue Modellierung der Geometrie in den einzelnen Schritten im Bauablauf mit ihrer jeweils unterschiedlichen Beanspruchung des gefrorenen Bodens. In vielen Fällen ist es hinreichend genau, für die gewünschte Belastungsdauer und Spannung sowie die ermittelte mittlere Temperatur zeitabhängige Steifigkeitskennwerte wie in Bild 39 zu verwenden.

Ein tensorielles Stoffgesetz auf Grundlage des Kriechgesetzes [48] mit der Erweiterung auf triaxiale Spannungszustände [22] gibt [13] an. Die fünf Eingangsparameter können aus wenigen einaxialen Kriechversuchen ermittelt werden (s. Abschn. 4.2.1), wenn die triaxialen Spannungen vernachlässigbar klein sind, was bei den meisten Vereisungen im Tiefbau der Fall ist (s. Abschn. 4.2.2). Das Stoffgesetz wurde durch die Nachrechnung einer größeren Anzahl von Laborversuchen bestätigt. Mit diesem Stoffgesetz wird in [14] die numerische Berechnung eines unregelmäßig geformten räumlichen Tragkörpers aus gefrorenem Boden dargestellt. Aus rechentechnischen Gründen wird dort die Berechnung des elastisch-viskosen Verhaltens zweidimensional formuliert und der räumliche Einfluss durch Ersatzfedern dargestellt. Deren Größe wird an einem räumlichen Ersatzsystem unter Ansatz von elastisch-idealplastischem Stoffverhalten mit der Mohr-Coulomb-Grenzbedingung angenommen. Die Berechnung ergibt die zeitabhängigen Verformungen wie auch die räumliche Verteilung des Auslastungsgrades des Frostkörpers, ausgedrückt in der Standzeit t_m aufgrund des lokal herrschenden Spannungszustands. Damit liefert diese Berechnung in geschlossener Form den Verformungs- und Standsicherheitsnachweis.

Weiterhin sind bei der Berechnung von Frostkörpern die Volumenänderungen des Bodens wie z. B. Expansion beim Gefrieren oder Kontraktion beim weiteren Abkühlen sowie beim Tauen zu berücksichtigen. Die Volumenänderungen beim Gefrieren und beim Tauen entwickeln sich in Abhängigkeit von der Gefrierriechtung sowie dem Spannungszustand i. d. R. in unterschiedliche Richtungen und mit unterschiedlichen Beträgen.

Aufgrund der Anforderungen an das Tragverhalten ist schließlich ein ausreichend großer und ausreichend steifer Frostkörper thermisch zu dimensionieren. Dies umfasst nicht nur die Frostausberechnung und Festlegung der Gefrierrohranordnung, sondern insbesondere bei längeren Standzeiten auch die Ermittlung einer über die Standzeit realisierbaren Temperaturverteilung. So wird ein im Kern sehr kalter Frostkörper rasch wachsen und kann deshalb nur durch ein flacheres Temperaturprofil in seiner Ausdehnung begrenzt werden. Dies reduziert wiederum die mittlere Steifigkeit und erfordert damit unter Umständen einen neuen Nachweis der Verformungen. Insofern ist thermische und mechanische Bemessung ein iterativer Prozess mit oftmals mehreren Schritten.

Eine Besonderheit gefrorener Tragkörper ist die inhomogene Festigkeitsverteilung aufgrund der inhomogenen Temperaturverteilung bei der künstlichen Bodenvereisung. Durch die tiefere Temperatur im Kern nahe den Gefrierrohren ist dort die Festigkeit und die Steifigkeit am größten, mit der zu den Rändern steigenden Temperatur fallen beide ab und erreichen am Frostrand schließlich die Werte des ungefrorenen Bodens. Da sich die Festigkeit und Steifigkeit gefrorener Böden in dem üblicherweise genutzten Temperaturbereich von meist maximal ca. 20 bis 40 K unter dem Gefrierpunkt in erster Näherung linear mit der Temperatur ändern (s. Abschn. 4.2.1), liefert eine Berechnung mit gemittelten Kennwerten in vielen Fällen eine ausreichende Genauigkeit.

Eine gesonderte Betrachtung erfordert das Gefrieren von salzhaltigen Böden, weil dort die Temperaturskala durch die Gefrierpunktdepression verschoben ist und die Festigkeit deshalb erst eine gewisse Spanne unterhalb des Gefrierpunktes zunimmt (s. Abschn. 4.1)

8 Verwendete Zeichen und Symbole

γ_d / γ_r	Trocken- / Sättigungswichte	[kN/m ³]
n	Porenzahl	[–]
S_r	Sättigungsgrad	[–]
λ_1 / λ_2	Wärmeleitzahl des gefrorenen/ungefrorenen Bodens	[W/mK]
c_1 / c_2	Wärmekapazität des gefrorenen/ungefrorenen Bodens	[J/m ³ K]
a_1 / a_2	Temperaturleitzahl des gefrorenen/ungefrorenen Bodens	[m ² /s]
T	Temperatur absolut	[K]
Θ	Temperatur	[°C]
T_I, θ_I	Temperatur an der Gefrierrohrwand	[K], [°C]
T_{II}, θ_{II}	Temperatur des umgebenden Bodens	[K], [°C]
T_g, θ_g	Schmelztemperatur des Wassers	[K], [°C]
q	Wärmestrom	[J/sm ²]
Q	Wärmemenge	[J]
α	Wärmeübergangszahl	[W/m ² K]
q_k	Konvektionswärmestrom	[J/sm]
$\rho \cdot q_s$	Kristallisationswärme von Wasser bzw. Boden	[J/m ³]
D	Achsabstand der Gefrierrohre	[m]
W_x	Frostwanddicke bei ebener Frostausbreitung	[m]
t	Zeit	[s], [h]
t_g	Gefrierzeit	[s], [h]
v_{GW}	Grundwasserfließgeschwindigkeit	[m/s]
v_w	kinematische Zähigkeit von Wasser	[m ² /s]
r_0	Gefrierrohrradius	[m]
R	Frostkörperradius	[m]
L	Dicke einer ebenen Frostwand	[m]
FI	Frostindex	[°C Tage]
t_m	Zeitpunkt bei der minimalen Kriechgeschwindigkeit	[s]
$\dot{\epsilon}_m$	minimale Dehnungsgeschwindigkeit im Kriechversuch	[1/min], [%/min]
ϵ_m	Dehnung zur Zeit t_m , d. h. bei $\dot{\epsilon}_m$	[–]
$\dot{\epsilon}_\alpha$	gewählte Bezugsdehnungsgeschwindigkeit	[1/min], [%/min]
σ_α	(temperaturabhängige) Spannung, die im Kriechversuch $\dot{\epsilon}_m = \dot{\epsilon}_\alpha$ erzeugt	[kPa]
I_σ	Spannungssumme (erste Invariante des Spannungstensors)	[kPa], [MPa]
II_σ	Spannungsdeviator (zweite Invariante des Spannungstensors)	[kPa], [MPa]

9 Literatur

- [1] Aldrich, H. P. Jr., Paynter, H. M.: Analytical Depth of Frost Penetration in Non-uniform soils. US Army CRREL, Special Report 104, 1966.
- [2] Andersland, O. B., Anderson, D. M.: Geotechnical Engineering for Cold Regions. McGraw-Hill, 1978.
- [3] Andersland, O. B., Ladanyi, B.: Frozen Ground Engineering, 2nd ed. J. Wiley & Sons, 2004.
- [4] Assur, A.: Some Promising Trends in ice mechanics. In: Physics and Mechanics of Ice (ed. P. Tryde). Springer-Verlag, 1980.
- [5] Baier, CH., Ziegler, M., Mottaghy, D., Rath, V.: Numerische Simulation des Gefrierprozesses bei der Baugrundvereisung im durchströmten Untergrund. Bauingenieur 83 (2008), S. 49–60.
- [6] Baker, T. H. W.: Strain Rate Effect on the Compressive Strength of Frozen Sand. Engineering Geology, Vol. 13, 1979, pp. 223–231.
- [7] Bayer, F.: Baugrundvereisung beim Bau der U-Bahn Fürth / Subsoil Freezing during the Building of the Fürth Underground. Tunnel 7 (2002), S. 20–28.
- [8] Böning, M., Jordan, P., Seidel, H.-W., Uhlendorf, W.: Baugrundvereisung beim Teilbaulos 3.4 H der U-Bahn Düsseldorf. Sonderdruck aus: Bautechnik 69 (1992), Ernst & Sohn, Berlin.
- [9] Braun, B., Helms, W., Makowski, E.: Berechnung der Frostausbreitung im Bergbau. In: Handbuch des Gefrierschachtbaus. Verlag Glückauf, Essen, 1985, S. 178–198.
- [10] Braun, B., Hornemann, B., Scholz, G.: Der Gefrierprozess. In: Handbuch des Gefrierschachtbaus im Bergbau. Verlag Glückauf, Essen, 1985.
- [11] Brun, B., Haß, H.: Underground line U 5 „Unter den Linden“, Berlin, Germany. Structural and thermal FE-calculations for ground freezing design. Proc. of the Int. Conf. on Numerical Modelling of Construction Processes in Geotechnical Engineering for Urban Environment, Bochum. Balkema, Rotterdam, 2006.
- [12] Busch, K.-F., Luckner, L., Tiemer, K.: Geohydraulik, 3. Auflage. Borntraeger-Verlag, 1993.
- [13] Cudmani, R.: An elastic-viscoplastic model for frozen soils. Proc. of the Int. Conf. on Numerical Modelling of Construction Processes in Geotechnical Engineering for Urban Environment, Bochum. Balkema, Rotterdam, 2006.
- [14] Cudmani, R., Nagelsdiek, S.: FE-analysis of ground freezing for the construction of a tunnel cross connection. Proc. of the Int. Conf. on Numerical Modelling of Construction Processes in Geotechnical Engineering for Urban Environment, Bochum. Balkema, Rotterdam, 2006.
- [15] DIN 1045-3:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 3: Bauausführung. Normenausschuss Bauwesen (NA Bau) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.
- [16] Domke, O.: Über die Beanspruchung der Frostmauer beim Schachtabteufen nach dem Gefrierverfahren. Glückauf 51 (1915), S. 1129–1135.
- [17] EAU: Empfehlungen des Arbeitsausschusses „Ufereinfassungen“ Häfen und Wasserstraßen, 10. Auflage. Ernst & Sohn, Berlin, 2004.
- [18] Eckardt, H.: Tragverhalten gefrorener Böden. Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 81, 1979.
- [19] Eckardt, H., Meissner, H.: Tunnelvortrieb im Schutze eines gefrorenen Bodenkörpers – Spannungs- und Verformungsermittlung. Studiengesellschaft für unterirdische Verkehrsanlagen, Köln, Serie Forschung und Praxis, Nr. 21, 1978.
- [20] Farouki, O. Z.: Thermal Properties of Soils. U. S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Monograph 81-1, 1981.
- [21] Goughnour, R. R., Andersland, O. B.: Mechanical Properties of a Sand-Ice-System. ASCE, Journal of Geotech. Eng., Vol. 94, No. SM4, 1968, pp. 923–950.
- [22] Gudehus, G., Tamborek, A.: Zur Kraftübertragung Frostkörper-Stützelemente. Bautechnik 73 (1996), Heft 9, Ernst & Sohn, Berlin.
- [23] Gudehus, G., Meissner, H., Orth, W.: Kriechverhalten gefrorener Bodenproben (Sonderuntersuchungen). In: Handbuch des Gefrierschachtbaus. Verlag Glückauf, Essen, 1985.
- [24] Gudehus, G., Orth, W.: Unterfangungen mit Bodenvereisung. Bautechnik 6 (1985), Wilh. Ernst & Sohn, Berlin, 1985.
- [25] Hager, M.: Eisdruk. In: Grundbau-Taschenbuch, Teil. 1, 6. Aufl., S. 667–682. Ernst & Sohn, Berlin, 2001.

- [26] Haß, H. Jagow-Klaff, R., Seidel, H.-W.: Westerscheldetunnel – Use of Brine Freezing for the Construction of the Traverse Galleries. Int. Symposium on Ground Freezing and Frost Action in soils, Belgium, 2000.
- [27] Haß, H., Schäfers, O.: Application of Ground Freezing for Underground Construction in Soft Ground. 5th Int. Symposium Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground. Preprint of Proceedings IS-Amsterdam, 2000.
- [28] Jagow-Klaff, R., Haß, H.: U5-Shuttle, Berlin; Statische und thermische FE-Berechnungen zur Baugrundvereisung. Workshop Tunnel- und untertägiger Hohlraumbau, Weimar, DGGT Arbeitskreis 16, 2006.
- [29] Jessberger, H. L., Jagow-Klaff, R.: Bodenvereisung. In: Grundbau-Taschenbuch, Teil 2, 6. Aufl., S. 122–166. Ernst & Sohn, Berlin, 2001.
- [30] Johansen, O.: Thermal Conductivity of soils. Ph.D. Diss., Norwegian Technical Univ. Trondheim, CRREL Draft transl. 637, 1977.
- [31] Kellner, C., Vogt N., Orth, W., Konrad, J.-M.: Ground Freezing: An efficient method to control the settlements of buildings. Int. Conf. on Numerical Simulation of Construction Process in Geotechnical Engineering for Urban Environment (NSC06), Bochum, 2006.
- [32] Kellner, C.: Frosthhebungsverhalten von Böden infolge tief liegender Vereisungskörper. Schriftenreihe Lehrstuhl und Prüfamnt für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau der Technischen Universität München, Heft 42, 2008.
- [33] Klein, J.: Nichtlineares Kriechen von künstlich gefrorenem Emschermangel. Schriftenreihe des Instituts für Grundbau, Wasserwesen und Verkehrswesen, Ruhr-Universität Bochum, Heft 2, 1978.
- [34] Könnemann, F.: Erste Erfahrungen bei den Ausführungsarbeiten für die Nord-Süd Stadtbahn in Köln. In: Taschenbuch für den Tunnelbau 2008, S.21–70. DGGT Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V.
- [35] Konrad, J.-M.: Frost heave in soils. Canadian Geotechnical Journal 31(2), 223–245, 1994.
- [36] Konrad, J.-M., Morgenstern, N. R.: The segregation potential of a freezing soil, Canadian Geotechnical Journal 18 (1981), S. 482–491.
- [37] Martak, L., Haberland, Ch., Wolf, W., Weigl, H.: U-Bahn Wien / A: Bergmännischer Vortrieb unter dem Donaukanal im Schutz einer Baugrundvereisung mit kombinierter Stickstoff- und Solemethode. Forschung und Praxis 41, Studiengesellschaft für unterirdische Verkehrsanlagen e. V., STUVA, Köln, 2005.
- [38] Meissner, H.: Bearing Behaviour of Frost Shells in the Construction of Tunnels. Fourth Int. Symp. on Ground Freezing, Sapporo, Japan, 1985.
- [39] Mellor, M., Cole, D. M.: Deformation and Failure of Ice under Constant Stress or Constant Strain Rate, Cold regions. Science and Technology 5 (1982), S. 202–219, Elsevier, Amsterdam.
- [40] Meschede, D. (Hrsg.): Gerthsen Physik, 23 Auflage. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2006.
- [41] Müller, B.: Bodenvereisung verhindert das Freisetzen von Schadstoffen bei einer Altlastensanierung. TerraTech 3/1999.
- [42] Müller, B., Orth, W.: Bodenvereisung unter schwierigen Randbedingungen: Bahnsteigerweiterung beim U-Bahnhof Marienplatz, München. Forschung + Praxis 41, Studiengesellschaft für unterirdische Verkehrsanlagen e.V. STUVA, Köln, 2005.
- [43] Orth, W., Eisele, G., Seiler, J.: Unterfangungsvereisung am Neuen Museum in Berlin. Vortrag Baugrundtagung 2006, Bremen, Deutsche Gesellschaft für Geotechnik.
- [44] Orth, W., Kuppel, J., Gogolok, A.: Baugrubensicherung und Böschungsstabilisierung mit Bodenvereisung – zwei ausgeführte Beispiele. Vortrag Baugrundtagung 1988, Hamburg, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau.
- [45] Orth, W., Meissner, H.: Long-term creep of frozen soil in uniaxial and triaxial tests, Third Int. Symp. on Ground Freezing, Hanover, N. H., U. S. A., 1982.
- [46] Orth, W., Meissner, H.: Experimental and numerical investigations for frozen tunnel shells. Fourth Int. Symp. on Ground Freezing, Sapporo, Japan, 1985.
- [47] Orth, W.: Deformation behaviour of frozen sand and its physical interpretation. Fourth Int. Symp. on Ground Freezing, Sapporo, Japan, 1985.
- [48] Orth, W.: Gefrorener Sand als Werkstoff. Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 100, 1986.

- [49] Orth, W.: A creep formula for practical application based on crystal mechanics. 5th Int. Symp. on Ground Freezing, Nottingham, UK, 1988
- [50] Orth, W.: Two practical applications of soil freezing by liquid nitrogen. 5th Int. Symp. on Ground Freezing, Nottingham, UK, 1988.
- [51] Pause, H., Hollstegge, W.: Baugrundvereisung zur Herstellung von Tunnelbauwerken. Bauingenieur 54 (1979), S. 369–376.
- [52] Pimentel, E., Sres, A., Anagnostou, G.: 3-D Modellierung der Frostkörperbildung beim Gefrierverfahren unter Berücksichtigung einer Grundwasserströmung. Beiträge zum 22. Christian Veder Kolloquium, TU Graz, Heft 30, S. 161–176, 2007.
- [53] Poetsch, F. H.: Verfahren zur Abteufung von Schächten in schwimmendem Gebirge. Patentschrift Nr. 25015 vom 27.02.1883.
- [54] Prandtl, L.: Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie fester Körper. Zeitschr. angew. Math. u. Mechanik 8 (1928), S. 85–106.
- [55] Rögner, B., Orth, W., Steinhagen, P.: Durchpressung einer Eisenbahnüberführung mit Vereisung im Zuge der Ausbau- und Neubaustrecke Karlsruhe–Basel. Bauingenieur 68 (1993), S. 451–460, Springer-Verlag.
- [56] Sanger, F. J., Sayles, F. H.: Thermal and rheological computations for artificially frozen ground construction. In: Ground Freezing: Developments in Geotechnical Engineering. Eng. Geol. 13 (1979), S. 311–337, Elsevier, Amsterdam.
- [57] Schmid, L.: Milchbuck Tunnel. Application of the freezing method to drive a three-lane highway tunnel close to the surface. RETC Proceedings, Vol. 1. Society for Mining Metallurgy, 1981, pp. 427–445.
- [58] Sieler, U., Pirkel, M., Bayer, F.: U-Bahn Fürth, BA 3.1: Spritzbetonbauweise mit Baugrundvereisung und Rohrschirm, unterirdisches Bauen 2001. Wege in die Zukunft. Vorträge der STUVA-Tagung 2001 in München, Hrsg. Studiengesellschaft für unterirdische Verkehrsanlagen e.V. – STUVA, Köln.
- [59] Soretz, S.: Zwei Sonderfälle der Beanspruchung von Stahlbeton. Zement und Beton 27 (1982), Heft 1, S. 2–7.
- [60] Ständer, W.: Mathematische Ansätze zur Berechnung der Frostausbreitung in ruhendem Grundwasser im Vergleich zu Modelluntersuchungen für verschiedene Gefrierrohranordnungen im Schacht- und Grundbau. Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 28, 1967.
- [61] Stephan, P., Schaber, K., Stephan, K., Mayinger, F.: Thermodynamik, Bd. 1, 18. Auflage. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [62] Victor, H.: Die Frostausbreitung beim künstlichen Gefrieren von Böden unter dem Einfluß strömenden Grundwassers. Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 42, 1969.
- [63] Vyalov, S. S.: Rheological Properties and Bearing Capacity of frozen soils. US Army CRREL, Translation 74, 1965.
- [64] Wetzell, O. W. (Hrsg.): Wendehorst, Bautechnische Zahlentafeln, 29. Auflage. Teubner Verlag, Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden, 2000.
- [65] ZTVE-StB 94: Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen und Richtlinien für Erdarbeiten im Straßenbau. Bundesministerium für Verkehr, Ausgabe 1997.